

# PISA

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ  
(спецификация и образцы заданий)



PISA: математическая грамотность. – Минск: РИКЗ, 2020. – 252 с.

Издание содержит задания, направленные на выявление уровня математической грамотности, предложенные обучающимся / студентам (15-летним подросткам) **при проведении международного сравнительного исследования PISA.**

Издание дополнено заданиями, которые были использованы в исследованиях предыдущих циклов PISA и обнародованы Организацией экономического сотрудничества и развития. Ко всем заданиям даны как полностью правильные ответы, так и вариации частично правильных и неправильных ответов.

Издание рекомендовано широкому кругу лиц: учителям, ученым-педагогам, методистам, авторам учебников и учебных пособий по математике, специалистам в области педагогических измерений, а также учащимся учреждений общего среднего образования.

УО «Республиканский институт контроля знаний»

Министерства образования Республики Беларусь, 2020

© Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), Париж

PISA:

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ГРАМОТНОСТЬ

Минск

2020

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	7
<b>ЧАСТЬ 1: ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ.....</b>	<b>8</b>
ФЕРМА.....	8
ЛИШАЙНИКИ.....	10
ХОДЬБА.....	13
ЯБЛОНИ .....	16
МОНЕТЫ.....	21
ИГРАЛЬНЫЕ КОСТИ.....	22
ПЛОЩАДЬ КОНТИНЕНТА .....	23
РОСТ.....	26
ПИЦЦА.....	29
ФИГУРЫ.....	30
СКОРОСТЬ ГОНОЧНОЙ МАШИНЫ .....	33
ТРЕУГОЛЬНИКИ .....	36
ОГРАБЛЕНИЯ .....	37
ТОРМОЖЕНИЕ .....	39
СОН МОРСКОГО КОТИКА.....	42
КУРС ОБМЕНА ВАЛЮТ .....	43
ВРЕМЯ РЕАКЦИИ .....	45
ЭКСПОРТ .....	47
ВОДОНАПОРНАЯ БАШНЯ .....	49
РАЗНОЦВЕТНЫЕ КОНФЕТЫ .....	50
ТЕСТЫ ПО ФИЗИКЕ.....	51
ВЕСЕННЯЯ ЯРМАРКА.....	52
КАЧЕЛИ .....	53
РОСТ УЧЕНИКОВ .....	54
ПЛАТЕЖИ ПО ПЛОЩАДИ .....	55
КНИЖНЫЕ ПОЛКИ.....	57
МУСОР.....	58
ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ .....	59
СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКАРСТВА .....	60
СТРОИТЕЛЬСТВО БЛОКОВ.....	63
РЕТРАНСЛИРУЕМЫЙ ИНТРЕНЕТ-ЧАТ .....	65
ПЛОТНИК .....	67
ВЕРАНДА.....	69
ВЫБОР .....	70

РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТА .....	71
ДЕТСКАЯ ОБУВЬ .....	73
СКЕЙТБОРД.....	74
СОРЕВНОВАНИЯ ПО НАСТОЛЬНОМУ ТЕННИСУ .....	76
МАЯК .....	77
СНИЖЕНИЕ УРОВНЯ CO <sub>2</sub> .....	80
ЗАКРУЧЕННОЕ ЗДАНИЕ .....	83
СЕРДЦЕБИЕНИЕ .....	87
КОСМИЧЕСКИЙ ПОЛЕТ .....	89
ЛЕСТНИЦА.....	90
РОК-КОНЦЕРТ .....	91
ИГРАЛЬНЫЕ КУБИКИ.....	92
ПОДДЕРЖКА ПРЕЗИДЕНТА .....	93
ПАССАЖИРСКИЕ КОНВЕЙЕРЫ .....	94
ЛУЧШАЯ МАШИНА .....	96
СТУПЕНЧАТАЯ МОДЕЛЬ .....	98
ПОЧТОВЫЕ СБОРЫ .....	99
СОУС .....	101
СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ.....	102
РОСТ ДЕВОЧЕК.....	104
ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ .....	106
ПОКУПКА КВАРТИРЫ.....	109
ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ .....	111
ПОДЪЕМ НА ГОРУ ФУДЗИ.....	113
КАКАЯ МАШИНА? .....	115
ИЗГОТОВЛЕНИЕ БРОШЮРЫ .....	118
ГАРАЖ .....	120
ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДВЕРЬ .....	123
ВИД БАШНИ .....	126
ВЕЛОСИПЕДЫ .....	128
ВЕЛОСИПЕДИСТКА ЕЛЕНА.....	131
ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ.....	133
ФЛЕШ-КАРТА .....	136
НЕИСПРАВНЫЕ ПЛЕЕРЫ.....	139
КАФЕ-МОРОЖЕНОЕ.....	142
НЕФТЯНОЕ ПЯТНО .....	145
MP3-ПЛЕЕРЫ.....	146
ПИНГВИНЫ .....	149

ЭНЕРГИЯ ВЕТРА.....	153
КОЛЕСО ОБОЗРЕНИЯ .....	157
КОНСТРУКЦИЯ ИЗ ИГРАЛЬНЫХ КОСТЕЙ .....	159
ЖИЛЬЕ ДЛЯ ОТДЫХА .....	160
ПРОКАТ DVD-ДИСКОВ.....	163
КАБЕЛЬНОЕ ТЕЛЕВИДЕНИЕ.....	165
ПРОДАЖА ГАЗЕТ.....	167
<b>ЧАСТЬ 2: СПЕЦИФИКАЦИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ....</b>	<b>170</b>

# ВВЕДЕНИЕ

В 2018 году белорусские обучающиеся впервые приняли участие в Международной программе по оценке образовательных достижений обучающихся PISA. PISA – это исследование, которое оценивает уровень знаний 15-летних обучающихся по ключевым компетенциям, а также способствует повышению качества и эффективности образовательных систем. В 2018 году в международном исследовании приняли участие около 600000 подростков из 79 стран.

Ключевыми направлениями исследования PISA являются читательская, математическая и естественнонаучная грамотность. В цикле 2018 года акцент был сделан на изучении уровня читательской грамотности подростков.

Тестирование включает в себя 2 блока заданий, направленных на определение уровня грамотности подростков по соответствующим направлениям исследования. Тестирование проводится в компьютерном формате. На выполнение заданий тестируемым отводится 2 часа.

Первая часть данного пособия содержит открытые задания PISA по математической грамотности, при помощи которых обучающиеся смогут ознакомиться с разнообразными формами и типами вопросов, с которыми они могут столкнуться при участии в исследовании. Все задания сопровождаются правильными ответами. В некоторых заданиях также представлены ответы, которые могут засчитываться частично, и варианты неправильных ответов, к которым приводятся комментарии и пояснения.

Вторая часть пособия представляет собой спецификацию исследования математической грамотности. Для сохранения аутентичности материалов и точности терминологии спецификация приводится на языке оригинала.

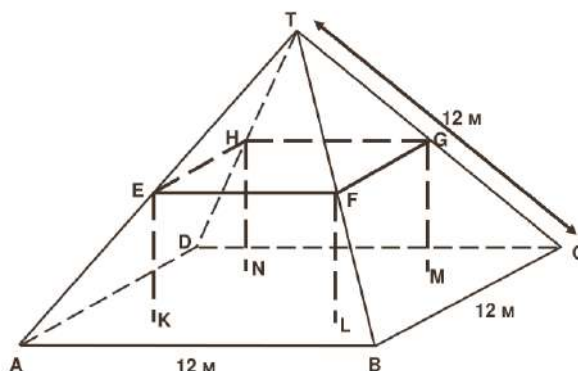
# ЧАСТЬ 1: ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

## ФЕРМА

Здесь вы видите фото фермерского домика с крышей в форме пирамиды.



Ниже изображена математическая модель крыши данного дома с добавленными единицами измерения.



Чердак, обозначенный, как ABCD в модели, представляет собой квадрат. Поддерживающие крышу балки являются ребрами блока (прямоугольной призмы) EFGHKL MN. Точка E – середина балки AT, точка F – середина балки BT, точка G – середина балки CT, а точка H – середина балки DT соответственно. Все ребра пирамиды имеет длину 12 метров.

### Вопрос 1: ФЕРМА

Вычислите площадь чердака ABCD.

Площадь чердака ABCD = \_\_\_\_\_ м<sup>2</sup>.

### ФЕРМА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:



Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Воспроизведение, определения, вычисления

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 144 (единица измерения уже указана).

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## **Вопрос 2: ФЕРМА**

Вычислите длину EF, одного из горизонтальных ребер блока.

Длина EF = \_\_\_\_\_ м.

### **ФЕРМА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Установление связей и интеграция информации для решения задачи

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 6 (единица измерения уже указана).

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ЛИШАЙНИКИ

В результате глобального потепления некоторые ледники начинают таять. Спустя двенадцать лет после исчезновения льда, на камнях начинают расти крошечные растения, лишайники.

По форме каждый лишайник напоминает круг.

Взаимосвязь между диаметром данного круга и возрастом лишайника можно представить в виде формулы:

$$d = 7.0 \times \sqrt{(t - 12)} \text{ для } t \geq 12$$

где  $d$  - это диаметр лишайника в миллиметрах, а  $t$  - количество прошедших лет после исчезновения льда.

## Вопрос 1: ЛИШАЙНИКИ

Используя данную формулу, вычислите диаметр лишайника спустя 16 лет после исчезновения льда. Запишите свои вычисления.

### ЛИШАЙНИКИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Применить приведенную формулу.

#### **Ответ принимается полностью**

Код 2: 14 мм (единица измерения не является обязательной). Код 2 следует присуждать за указание верного ответа – 14, независимо от наличия или же отсутствия вычислений.

#### **Ответ принимается частично**

Код 1: Частично верные ответы включают в себя:

- Верная замена значений в формуле, но неверный ответ, ИЛИ отсутствие ответа.
- Неполные ответы (напр.,  $7\sqrt{4}$ ).

#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### Примеры ответов

Код 2:

$$d = 7.0 \times \sqrt{16 - 12} \qquad 14 \text{ мм} \qquad 14$$

$$d = 14$$

$$d = 7.0 \times \sqrt{16 - 12} \qquad \text{(Обратите внимание, что в данном примере все вычисления правильные, но единица измерения неверна. Можно допустить, что это простая описка)}$$

$$d = 7.0 \times \sqrt{4}$$

$$d = 14 \text{ лет}$$

Код 1:

$$d = 7.0 \times \sqrt{16 - 12}$$

$d = 16$  (ответ неверен, но замена значений в формуле верна)

$$d = 7.0 \times \sqrt{16 - 12}$$

$d = 7\sqrt{4}$  (неполный ответ)

Код 0:

16

## Вопрос 2: ЛИШАЙНИКИ

Анна измерила диаметр одного лишайника, он равен 35 миллиметрам.

Сколько лет назад на этом месте исчез лед?

Запишите свои вычисления.

### ЛИШАЙНИКИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Применить приведенную формулу.

#### **Ответ принимается полностью**

Код 2: 37 лет (единица измерения не является обязательной), независимо от наличия или же отсутствия вычислений.

#### **Ответ принимается частично**

Код 1: Верная замена значений в формуле, но неверный ответ, или отсутствие ответа.

ИЛИ

36 лет или 38 лет. (Учащиеся могут прийти к таким ответам методом проб и ошибок)

#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### Примеры ответов

Код 2:

$$35 = 7 \times \sqrt{t - 12} \quad 35 \div 7 = 5$$

$$5 = \sqrt{t - 12} \quad 7 \times 5 = 7 \times \sqrt{25}$$

$$25 = t - 12 \quad = 7 \times \sqrt{25 + 12}$$

$$t = 37 \quad = 7 \times 37$$

∴ 37 лет

$$35 / 7 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$25 + 12 = 37$$

*(Совершенно некорректно представлено с точки зрения алгебры, но мы понимаем, что учащийся имеет в виду)*

$$t = 15 \quad d = 12.1$$

$$t = 25 \quad d = 25.2$$

$$t = 40 \quad d = 37.0$$

$$t = 35 \quad d = 33.6$$

$$t = 37 \quad d = 35$$

*(Обратите внимание, что ответ 37 дан через правильное уравнение)*

Следовательно, прошло 37 лет с момента исчезновения льда.

$$756 = 35 = 7 \times \sqrt{37 - 12} = 7 \times \sqrt{25} = 7 \times 5 = 35$$

Код 1:

$$35 = 7.0 \times \sqrt{t} - 12$$

$$35^2 = 7^2 \times t - 12$$

$$49t = 1237$$

$$t = 25$$

$$35 = 7.0 \times \sqrt{t - 12}$$

$$5 = \sqrt{t - 12}$$

$$25 = t^2 - 12^2$$

$$t = 13$$

$$35 = 7.0 \times \sqrt{t - 12}$$

$$5 = \sqrt{t - 12}$$

$$5 = \sqrt{t} - \sqrt{12}$$

Слишком  
сложно!

Код 0:

$$35 = 7.0 \times \sqrt{t - 12}$$

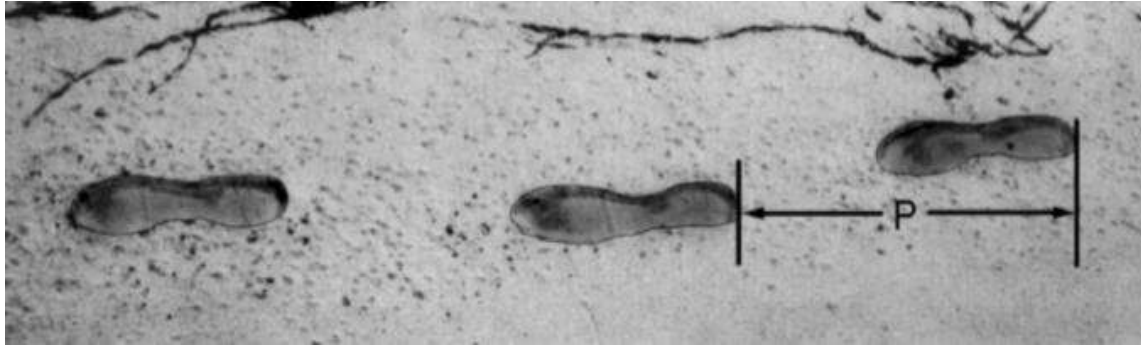
$$28 = \sqrt{t - 12}$$

$$784 = t - 12$$

$$t = 796$$

40 лет

# ХОДЬБА



На картинке изображены следы, оставшиеся после прогулки мужчины. Длина шага  $P$  – расстояние между пятками двух следов, следующих друг за другом (между точками, указанными на фотографии).

Для мужчин формула  $\frac{n}{P} = 140$  демонстрирует примерную зависимость между  $n$  и  $P$ , где

$n$  = количество шагов в минуту, а

$P$  = длина шага в метрах.

## Вопрос 1: ХОДЬБА

Если применить формулу к ходьбе Павла, который делает 70 шагов в минуту, какова длина его шага? Запишите ход своих рассуждений.

### ХОДЬБА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 2:

0.5 м или 50 см,

$$70/p = 140$$

$$70/140$$

$\frac{1}{2}$  (единица измерения не является обязательной).

$$70 = 140p$$

$$p = 0.5$$

**Ответ принимается частично**

Код 1: Верная замена чисел в формуле, но неверный ответ, или отсутствие ответа.

$$\frac{70}{p} = 140 \quad (\text{замена чисел только в формуле})$$

$$\frac{70}{p} = 140 \quad (\text{верная замена, но вычисления неверны})$$

$$70 = 140p$$

$$p = 2$$

ИЛИ

Верное преобразование формулы в  $P=n/140$ , но дальнейшие вычисления неверны.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

- 70 см.

Код 9: Ответ отсутствует.

**Вопрос 2: ХОДЬБА**

Павел знает, что длина его шага – 0.80 метров. Примените формулу к ходьбе Павла.

Вычислите скорость его движения в метрах в минуту и в километрах в час. Запишите ход своих рассуждений.

**ХОДЬБА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Понимание того, что скорость движения зависит от количества шагов за указанное время, умение выразить одну из переменных в формуле через другие переменные.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 31: Верные ответы (единица измерения не является обязательной) как в м/мин, так и в км/ч:

- $n = 140 \times .80 = 112$ .
- В минуту он проходит  $112 \times .80$  метров = 89.6 метров.
- Его скорость – 89.6 метров в минуту.
- Следовательно, его скорость – 5.38 или 5.4 км/ч.

Код 31 присуждается в случае правильности двух ответов (89.6 и 5.4), независимо от наличия или же отсутствия вычислений. Обратите внимание, что ошибки в связи с округлением допустимы. Например, 90 метров в минуту и 5.3 км/ч ( $89 \times 60$ ) являются допустимыми вариантами.

- 89.6, 5.4.
- 90, 5.376 км/ч.
- 89.8, 5376 м/ч [обратите внимание на второй ответ; если он указан без меры измерения, ему присваивается код 22].

**Ответ принимается частично (2 балла)**

Код 21: Схоже с кодом 31, но отсутствует умножение на 0.80 для преобразования шагов в минуту в метры в минуту. Например, его скорость 112 метров в минуту и 6.72 км/ч.

- 112, 6.72 км/ч.

Код 22: Скорость в метрах в минуту верна (89.6 метров в минуту), но преобразование в километры в час неверна или же отсутствует.

- 89.6 м/мин, 8960 км/ч.
- 89.6, 5376.
- 89.6, 53.76.
- 89.6, 0.087 км/ч.

- 89.6, 1.49 км/ч.

Код 23: Использован правильный метод (явно продемонстрирован) с незначительными ошибками в расчетах, не входящими в Код 21 и Код 22. Правильные ответы отсутствуют.

- $n=140 \times .8 = 1120$ ;  $1120 \times 0.8 = 896$ . Он проходит 896 м/мин, 53.76 км/ч.
- $n=140 \times .8 = 116$ ;  $116 \times 0.8 = 92.8$ . 92.8 м/мин -> 5.57 км/ч.

Код 24: Указан только ответ 5.4 км/ч, а ответ 89.6 м/ мин отсутствует (промежуточные вычисления не записаны).

- 5.4.
- 5.376 км/ч.
- 5376 км/ч.

**Ответ принимается частично (1 балл)**

Код 11:  $n = 140 \times .80 = 112$ . Не продемонстрированы дальнейшие вычисления или неверные вычисления, начиная с этого этапа.

- 112.
- $n = 112$ , 0.112 км/ч.
- $n = 112$ , 1120 км/ч.
- 112 м/мин, 504 км/ч.

**Ответ не принимается**

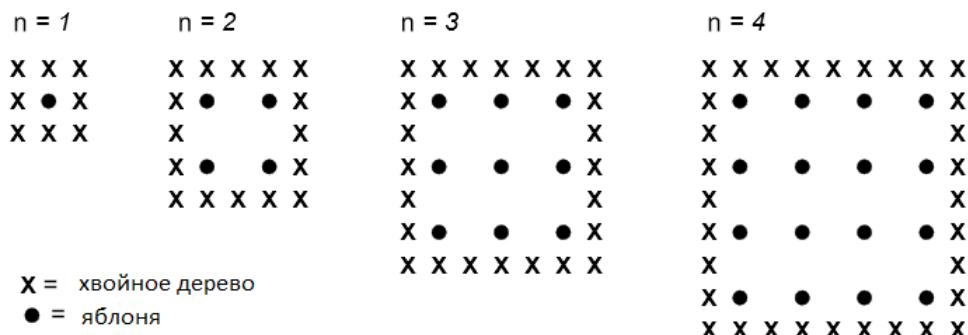
Код 00: Другие ответы.

Код 99: Ответ отсутствует.

# ЯБЛОНИ

Фермер в саду высаживает яблони в форме квадрата. Для защиты яблонь от ветра он сажает по краям участка хвойные деревья.

Ниже приведена схема рассадки, где изображено расположение яблонь и хвойных деревьев для любого количества (n) рядов яблонь:



## Вопрос 1: ЯБЛОНИ

Заполните таблицу:

n	Количество яблонь	Количество хвойных деревьев
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

## ЯБЛОНИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Установление связей и интеграция информации для решения задачи

Правильно заполненная таблица:

n	Количество яблонь	Количество хвойных деревьев
1	1	8
2	4	16



3	9	24
4	16	32
5	25	40

**Ответ принимается полностью**

Код 21: Все 7 ячеек заполнены верно

**Ответ принимается частично**

*[Эти коды присваиваются за ОДНУ ошибку / ОДИН пропуск в таблице. Код 11 – за ОДНУ ошибку при  $n = 5$ , а код 12 – за ОДНУ ошибку при  $n = 2$ , или 3, или 4]*

Код 11: Правильное заполнение ячеек для  $n = 2,3,4$ , но ОДНА ячейка для  $n = 5$  неверна или же не заполнена.

- Последняя ячейка '40' неверна при правильном заполнении всех остальных ячеек.
- Ячейка '25' неверна при правильном заполнении всех остальных ячеек.

Код 12: Правильное заполнение ячеек для  $n = 5$ , но ОДНА ошибка/ ОДИН пропуск для  $n = 2,3$  или 4.

**Ответ не принимается**

*[Данные коды присваиваются за ДВЕ и более ошибки]*

Код 01: Правильное заполнение ячеек для  $n = 2,3,4$ , но ОБЕ ячейки для  $n = 5$  заполнены неверно.

- Обе ячейки '25' и '40' неверны при правильном заполнении всей остальной таблицы.

Код 02: Другие ответы.

Код 99: Ответ отсутствует.

**Вопрос 2: ЯБЛОНИ**

Для подсчета количества яблонь и количества хвойных деревьев на схеме выше существует две формулы, которые можно использовать.

Количество яблонь =  $2n$

Количество хвойных деревьев =  $n8$

где  $n$  – количество рядов яблонь.

Существует значение  $n$ , при котором количество яблонь и количество хвойных деревьев совпадает. Вычислите это значение  $n$  и запишите ваши вычисления.

.....

.....

.....

.....

## ЯБЛОНИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

### ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Установление связей и интеграция информации для решения задачи

### **Ответ принимается полностью**

*[Данные коды присваиваются вариантам с правильным ответом ( $n = 8$ ) с использованием различных вычислений и объяснений]*

Код 11:  $n = 8$ , явный алгебраический метод

- $n^2 = 8n$ ,  $n^2 - 8n = 0$ ,  $n(n - 8) = 0$ ,  $n = 0$  &  $n = 8$ , следовательно  $n = 8$

Код 12:  $n = 8$ , нет четких вычислений и объяснений

- $n^2 = 8^2 = 64$ ,  $8n = 8 \times 8 = 64$
- $n^2 = 8n$ . Соответственно  $n = 8$ .
- $8 \times 8 = 64$ ,  $n = 8$
- $n = 8$
- $8 \times 8 = 8^2$

Код 13:  $n = 8$ , используя иные методы, например, расширение схемы или рисунок.

*[Данные коды присваиваются вариантам с правильным ответом ( $n = 8$ ), ВДОБАВОК ответ  $n = 0$  с различными подходами к его вычислению.]*

Код 14: Схож с Кодом 11 (явно показан алгебраический метод), но приводятся два ответа:

$n = 8$  И  $n = 0$

- $n^2 = 8n$ ,  $n^2 - 8n = 0$ ,  $n(n - 8) = 0$ ,  $n = 0$  и  $n = 8$

Код 15: Схож с Кодом 12 (отсутствует алгебраический метод), но приводятся два ответа:

$n = 8$  И  $n = 0$

### **Ответ не принимается**

Код 00: Другие ответы, в том числе только ответ  $n = 0$ .

- $n^2 = 8n$  (повторение утверждения из вопроса)
- $n^2 = 8$
- $n = 0$ . Не может быть одинакового числа, потому что на каждую яблоню приходится 8 хвойных деревьев.

Код 99: Ответ отсутствует.

## Вопрос 3: ЯБЛОНИ

Представим, что фермер хочет посадить еще больше рядов яблонь, чтобы увеличить свой сад. По мере того, как фермер увеличивает сад, что будет расти быстрее: количество яблонь или количество хвойных деревьев? Изложите ход своих мыслей.

.....

.....

.....

---

## ЯБЛОНИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

### ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Математизация, математическое мышление, обобщение, интуиция

### **Ответ принимается полностью**

Код 21: Правильный ответ (яблони), сопровождающийся убедительным разъяснением.

Например,

- Яблони =  $n \times n$  и хвойные деревья =  $8 \times n$ . Обе формулы содержат множитель  $n$ , но формула подсчета яблонь включает в себя еще один множитель  $n$ , значение которого увеличится, в то время как значение множителя 8 остается неизменным. Количество яблонь возрастает быстрее.
- Количество яблонь возрастает быстрее, так как оно возводится в квадрат, а не умножается на 8.
- Число яблонь квадратично, в то время как число хвойных деревьев линейно. Следовательно, количество яблонь возрастает быстрее.
- Ответ представлен графиком, демонстрирующим, что (при  $n = 8$ )  $n^2$  возрастает быстрее, чем  $8n$ .

*[Обратите внимание, что код 21 присваивается, если ученик дает алгебраическое обоснование, используя формулы  $n^2$  и  $8n$ ].*

### **Ответ принимается частично**

Код 11: Правильный ответ (яблони), сопровождающийся разъяснением с помощью конкретных примеров или расширения имеющейся таблицы.

- Количество яблонь возрастает быстрее, так как, если посмотреть на таблицу (предыдущая страница), можно заметить, что число яблонь растет быстрее, чем число хвойных деревьев. Так происходит в особенности после того, как число яблонь и хвойных деревьев уравнивается.
- Таблица демонстрирует, что число яблонь возрастает быстрее.

ИЛИ

Правильный ответ (яблони), содержащий хотя бы МАЛЕЙШЕЕ свидетельство того, что ученик четко понимает отношение между  $n^2$  и  $8n$ , но не может это четко выразить как в Коде 21.

- Число яблонь при  $n > 8$ .
- После восьмого ряда количество яблонь будет расти быстрее, чем количество хвойных деревьев.
- Число хвойных деревьев до тех пор, пока рядов меньше 8. После восьмого ряда яблони будут расти быстрее.

### **Ответ не принимается**

Код 01: Правильный ответ (яблони) без объяснения или же содержащий недостаточное или неправильное объяснение.

- Количество яблонь
- Число яблонь, так как они занимают внутреннюю часть, которая больше, чем периметр.
- Число яблонь, потому что они окружены хвойными деревьями.

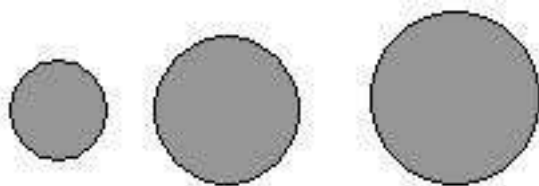
Код 02: Другие ответы.

- Хвойные деревья
- Число хвойных деревьев, так как для каждого нового ряда яблонь нужно много новых хвойных деревьев.
- Число хвойных деревьев, потому что на каждую яблоню приходится 8 хвойных деревьев.
- Я не знаю.

Код 99: Ответ отсутствует.

# МОНЕТЫ

Вас попросили придумать дизайн нового набора монет. Все монеты будут круглые, серебряного цвета, но разного диаметра.



Исследователи обнаружили, что идеальная монетная система соответствует следующим требованиям:

- монеты в диаметре должны быть не меньше 15 мм и не больше 45 мм.
- каждая последующая монета в системе должна быть как минимум на 30% больше в диаметре, чем предыдущая.
- монетно-печатная машина может выпускать лишь такие монеты, диаметр которых равен целому числу миллиметров (напр., 17 мм допускается, 17,3 – нет).

## Вопрос 1: МОНЕТЫ

Рассчитайте размер монет в наборе, который бы соответствовал перечисленным выше требованиям. Вам следует начать с размера 15 мм, и ваш набор должен содержать максимально возможное количество монет. Каковы будут диаметры монет в Вашем наборе?

### МОНЕТЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Понимание и использование сложной информации для вычисления.

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: 15 - 20 - 26 - 34 - 45. Допускается, что ответ будет представлен в виде чертежа монет нужного диаметра. Такой ответ также должен быть промаркирован как 1.

#### **Ответ принимается частично**

Код 8: Представлен набор монет, который подходит по трем критериям, но не набор, в котором представлено максимально возможное количество монет, напр., 15 - 21 - 29 - 39, или 15 - 30 - 45

ИЛИ

Первые три диаметра верны, последние два нет (напр., 15 - 20 - 26 - )

ИЛИ

Первые четыре диаметра указаны верно, а последний – нет (напр., 15 - 20 - 26 – 34 - )

#### **Ответ не принимается**

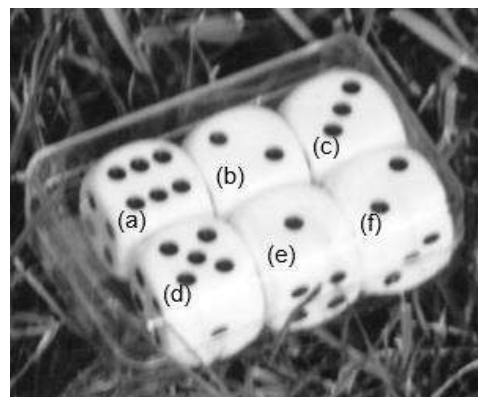
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ИГРАЛЬНЫЕ КОСТИ

## Вопрос 1: ИГРАЛЬНЫЕ КОСТИ

На фото вы видите 6 игральных костей от а до f. Каждая подчиняется правилу: общее число точек на двух противоположных поверхностях каждой кости всегда равно семи (7).



(a) (b) (c)


(d) (e) (f)

## ИГРАЛЬНЫЕ КОСТИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Верхний ряд (1 5 4) Нижний ряд (2 6 5). Аналогичный ответ, показанный в виде поверхности игровой кости, также засчитывается.

1	5	4
2	6	5

●	●●●	●●●
●●	●●●	●●●

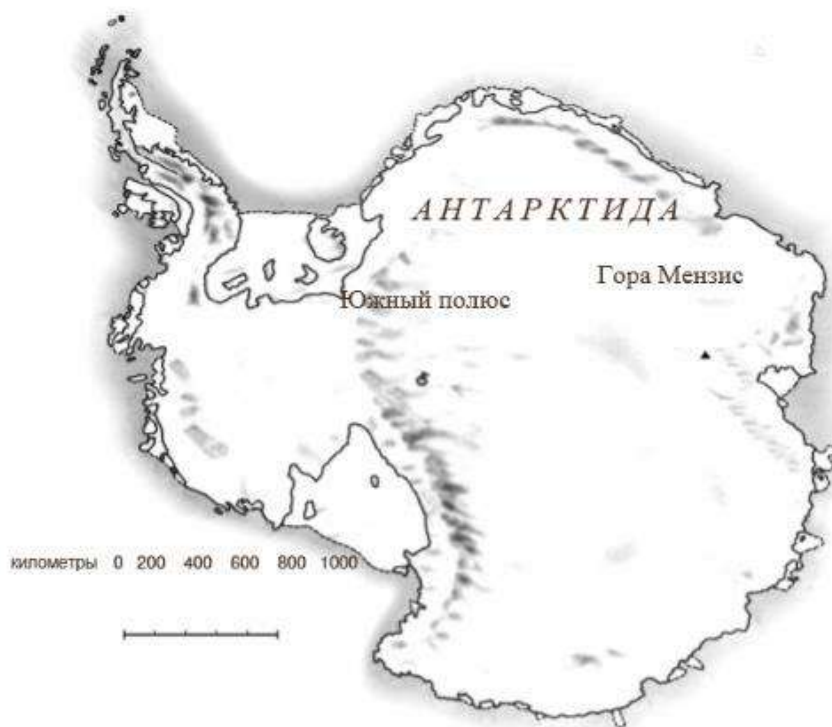
**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ПЛОЩАДЬ КОНТИНЕНТА

Ниже изображена карта Антарктики.



## Вопрос 2: ПЛОЩАДЬ КОНТИНЕНТА

Пользуясь масштабом данной карты, определите площадь Антарктиды.

Изложите ход своих мыслей и объясните, как вы пришли к полученному ответу.

(Вы можете делать пометки на карте, если это поможет в вычислениях)

## ПЛОЩАДЬ КОНТИНЕНТА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Установление связей и интеграция информации для решения задачи

**Ответ принимается полностью**

*[Данные коды присваиваются правильным ответам, полученным через правильный метод вычисления. Вторая цифра кода фиксирует различные подходы к вычислению.]*

Код 21: Определение площади с помощью изображения квадрата или прямоугольника – между 12 000 000 км<sup>2</sup> и 18 000 000 км<sup>2</sup> (единица измерения не является обязательной).

Код 22: Определение площади с помощью изображения круга – между 12 000 000 км<sup>2</sup> и 18 000 000 км<sup>2</sup>.

Код 23: Определение площади осуществляется путем суммирования площадей нескольких стандартных геометрических фигур – между 12 000 000 км<sup>2</sup> и 18 000 000 км<sup>2</sup>.

Код 24: Определение любым другим правильным методом – между 12 000 000 км<sup>2</sup> и 18 000 000 км<sup>2</sup>.

Код 25: Правильный ответ (между 12 000 000 км<sup>2</sup> и 18 000 000 км<sup>2</sup>), но вычисления и описание хода рассуждений отсутствуют.

### **Ответ принимается частично**

*[Данные коды присваиваются ответам, полученным через правильный метод вычисления, НО которая являются неправильными или же неполными. Вторая цифра кода фиксирует различные подходы к вычислению.]*

Код 11: Оценка площади с помощью изображения квадрата или прямоугольника – правильный метод, но неправильный или неполный ответ

- Изображен прямоугольник и перемножены его ширина и длина, но ответ не соответствует правильному (например, 18 200 000).
- Изображен прямоугольник и перемножены его ширина и длина, но количество нулей неправильное (например, 4000 x 3500 = 140 000).
- Изображен прямоугольник и перемножены его ширина и длина, но отсутствует преобразование сантиметров в квадратные километры (например, 12 см x 15 см = 180).
- Изображен прямоугольник и указано, что его площадь равна 4000 км x 3500 км. Отсутствуют дальнейшие вычисления.

Код 12: Определение площади с помощью изображения круга – правильный метод, но дан неправильный или неполный ответ.

Код 13: Определение площади осуществляется путем суммирования площадей нескольких стандартных геометрических фигур – правильный метод, но дан неправильный или неполный ответ.

Код 14: Определение площади любым другим правильным методом, но дан неправильный или неполный ответ.

### **Ответ не принимается**

Код 01: Вычислен периметр вместо площади.

- Например, 16 000 км, так как масштаб равен 1000 км, то придется обойти вокруг карты 16 раз.

Код 02: Другие ответы.

- Например, 16 000 км (вычисления не продемонстрированы, и сам ответ неверный).

Код 99: Ответ отсутствует.

### **Итоговая таблица оценки ответов**

Приведенная ниже таблица показывает соотношение между кодами:



Метод оценки	Код		
	«Ответ принимается полностью» Верный ответ между 12 000 000 км <sup>2</sup> и 18 000 000 км <sup>2</sup>	«Ответ принимается частично» Верный метод, но неверный или неполный ответ	«Ответ не принимается»
Изображен прямоугольник	2 1	1 1	-
Изображен круг	2 2	1 2	-
Сложены площади стандартных фигур	2 3	1 3	-
Другие верные методы	2 4	1 4	-
<b>Решение не дано</b>	<b>2 5</b>	-	-
Периметр	-	-	0 1
Другие неверные ответы	-	-	0 2

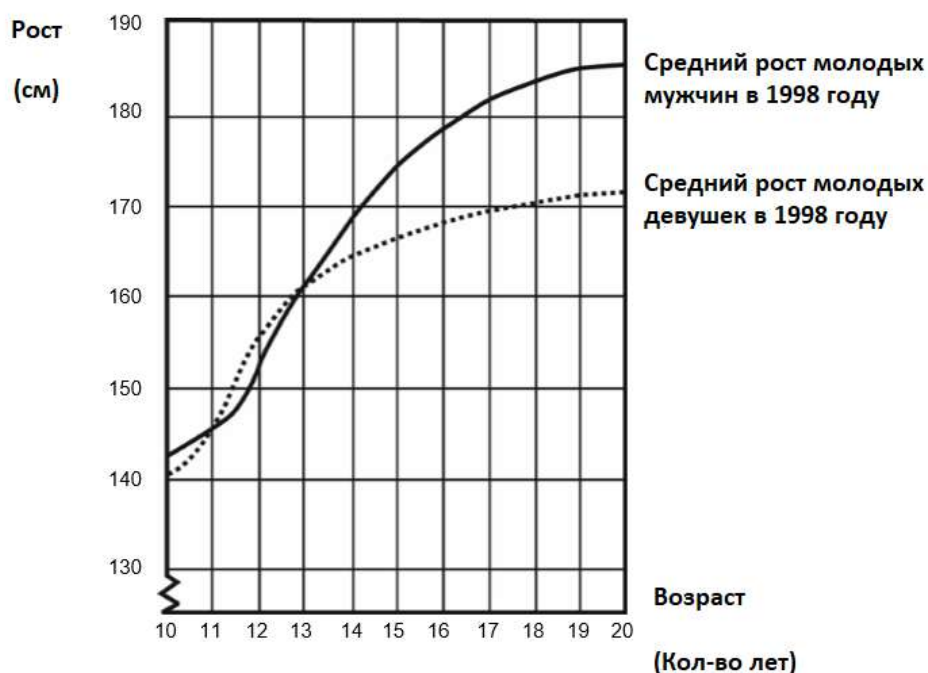
**ПРИМЕЧАНИЕ:**

При кодировании ответов учащихся следует обращать внимание не только на то, что написано в специально отведенных местах, но и на пометки/рисунки на самой карте. Довольно часто учащийся не очень хорошо излагает словесно проделанные действия, но пометки на карте могут помочь получить более полную картину. Цель не заключается в том, чтобы проверить способность учащихся выражать мысль словесно, а в том, чтобы понять, каким образом они пришли к ответу. Тем не менее, даже если объяснение отсутствует, но благодаря пометкам на карте или использованным формулам действия ученика понятны, пожалуйста, примите их в качестве объяснений.

# РОСТ

## МОЛОДЕЖЬ СТАНОВИТСЯ ВЫШЕ

Средний рост молодых мужчин и молодых девушек в Нидерландах 1998 года показан на графике.



### Вопрос 1: РОСТ

С 1980 года средний рост 20-летних девушек увеличился на 2.3 см (достиг 170.6 см). Какой был рост 20-летних девушек в 1980 году?

Ответ: ..... см

### РОСТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 168.3 см (единица измерения уже указана).

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### Вопрос 2: РОСТ

Изучите график. Каким образом на графике показано, что средний рост девушек замедляется после 12 лет?

.....  
.....

.....

.....

## **РОСТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

### ***Ответ принимается полностью***

Ответ в данном случае должен содержать в себе «изменение» градиента кривой для девушек. Это может быть выражено прямо или косвенно. Код 11 и Код 12 присваиваются ответам, в которых уровень наклона кривой графика выражен прямо, а код 13 – косвенным ответам с указанием роста до и после 12 лет.

Код 11: Ссылается на уменьшение наклона кривой, начиная с 12 лет. Для выражения мысли используется повседневный язык, а не математический.

- Кривая больше не идет вверх, она постепенно выпрямляется.
- Кривая выравнивается.
- Кривая более ровная после 12 лет.
- Линия девушек начинает выравниваться, а линия мужчин стремится вверх.
- Кривая выпрямляется, а линия мужчин продолжает расти.

Код 12: Ссылается на уменьшение наклона кривой, начиная с 12 лет. Для выражения мысли используется математический язык.

- Вы можете видеть, что угол наклона становится меньше.
- Уровень изменения кривой уменьшается после 12 лет.
- [Учащийся рассчитал угол наклона в отношении к оси X до и после 12 лет.]

В целом, если такие слова, как «наклон», «уклон» или «уровень изменения» употреблены, то можно считать, что математический язык был использован.

Код 13: Непосредственное сравнение роста (сравнение может быть выражено косвенно).

- В период с 10 до 12 лет рост увеличивается на 15 см, но с 12 до 20 лет рост увеличивается лишь на 17 см.
- Средний уровень роста в период с 10 до 12 лет составляет около 7.5 см в год, но около 2 см в год в период с 12 до 20 лет.

### ***Ответ не принимается***

Код 01: Указано, что рост девушек уступает росту мужчин, но НЕ упоминается угол наклона кривой роста девушек или сравнение роста девушек до и после 12 лет.

- Кривая роста девушек уступает кривой роста мужчин.

Если ученик отмечает, что кривая роста девушек становится более прямой, и, **ВДОБАВОК**, что рост девушек уступает росту мужчин, тогда ответ принимается полностью (Код 11, 12 или 13). Цель не заключается в сравнении кривых роста мужчин и девушек, поэтому стоит не обращать внимания на такие сравнения, а судить по всему ответу.

Код 02: Другие ответы.

Например, ответ не содержит в себе описание графика, несмотря на то, что в самом вопросе четко прописано, что объяснение должно основываться на **ГРАФИКЕ**.

- Девушки взрослеют рано.
- Потому что девушки преодолевают процесс взросления раньше мужчин, поэтому скачок их роста происходит раньше.
- Рост девушек замедляется после 12 лет. [Дает утверждение, но без ссылки на график]

Код 99: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 3: РОСТ**

Согласно графику, в среднем, в каком возрасте девушки выше мужчин-ровесников?

.....

.....

.....

.....

### **РОСТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

#### ***Ответ принимается полностью***

Код 21: Указан правильный интервал, с 11 до 13 лет.

- Между 11 и 13 годами.
- В период с 11 до 13 лет девушки в среднем выше мужчин.
- 11-13.

Код 22: Указано, что девушки выше мужчин, когда им по 11 и 12 лет. (Этот ответ правильный, так как, говоря повседневным языком, подразумевается интервал между 11-13 лет).

- Девушки выше мужчин, когда им по 11 и 12 лет.
- В возрасте 11 и 12 лет.

#### ***Ответ принимается частично***

Код 11: Иные чередования (11,12,13), не включенные в пункт «Ответ принимается полностью».

- С 12 до 13.
- 12.
- 13.
- 11.
- С 11.2 до 12.8.

#### ***Ответ не принимается***

Код 00: Другие ответы.

- 1998.
- Девушки выше мужчин в возрасте после 13 лет.
- Девушки выше мужчин в период с 10 до 11 лет.

Код 99: Ответ отсутствует.

# ПИЦЦА

В пиццерии готовят две круглые пиццы одинаковой толщины и разного размера. Маленькая имеет диаметр 30 см и стоит 30 зед. Большая имеет диаметр 40 см и стоит 40 зед.

## Вопрос 1: ПИЦЦА

Какую пиццу выгоднее покупать? Аргументируйте свое мнение.

## ПИЦЦА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Установление зависимости между размером пиццы и ее стоимостью.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Формулировать



### **Ответ принимается полностью**

Код 2: Приведен аргумент, что площадь поверхности пиццы увеличивается быстрее в сравнении с ее стоимостью, поэтому покупать большую пиццу выгоднее

- Диаметр пиццы соответствует ее стоимости, но количество пиццы зависит от ее площади, поэтому вы получаете больше пиццы за один зед, покупая большую пиццу.

Код 1: Вычислена площадь и количество пиццы за один зед для каждого размера, чтобы прийти к выводу, что большая пицца выгоднее.

- Площадь меньшей пиццы составляет  $0.25 \times \pi \times 30 \times 30 = 225\pi$ ; размер пиццы за один зед -  $23.6 \text{ см}^2$ ; площадь большей пиццы составляет  $0.25 \times \pi \times 40 \times 40 = 400\pi$ ; размер пиццы за один зед -  $31.4 \text{ см}^2$ , следовательно, большая пицца выгоднее.

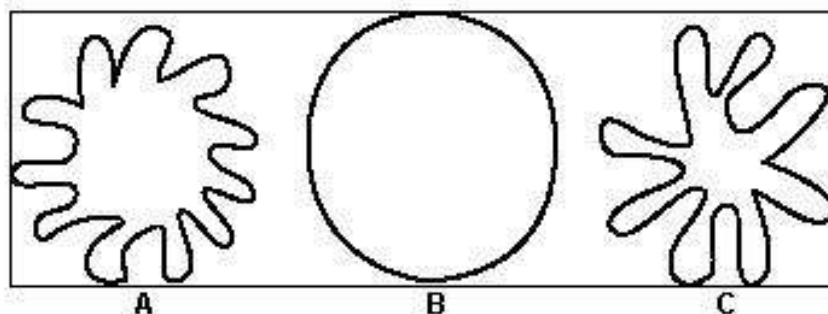
### **Ответ не принимается**

Код 8: Их стоимость одинакова. (Данный неправильный ответ вынесен отдельно, так как мы бы хотели отследить, сколько студентов отвечает подобным образом).

Код 0: Другие ответы ИЛИ верный ответ без верного объяснения.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ФИГУРЫ



## Вопрос 1: Фигуры

У какой из фигур большая площадь? Аргументируйте свое решение.

### ФИГУРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Сравнение площадей неправильных фигур.

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: Фигура В, с приемлемым объяснением.

- Это фигура с наибольшей площадью, потому что остальные могут поместиться внутри нее.

#### **Ответ не принимается**

Код 8: Фигура В без приемлемой аргументации.

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Примеры ответов

Код 1:

- В. В фигуре В нет зазубрин и неровностей, которые уменьшают площадь фигуры.
- В, так как это полный круг, а остальные фигуры напоминают круги с вырванными частями.
- В, так как фигура цельная, без открытых участков:



Код 8:

- В, потому что у нее самая большая площадь поверхности.
- Круг. Это очевидно.
- В, так как она больше.

Код 0:

- Они все одинаковые.

## Вопрос 2: ФИГУРЫ

Опишите метод определения площади фигуры С.

### ФИГУРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Оценка стратегий обучающихся по определению площади неправильных фигур.

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Приемлемый способ:

- Начертить сетку из квадратов поверх фигуры и посчитать количество квадратов, которые больше чем на половину помещаются в фигуре.
- Обрезать лучи у фигуры и расставить куски так, чтобы они вписались в квадрат, затем измерить сторону квадрата.
- Построить трехмерную модель на основе фигуры и наполнить ее водой. Измерить количество воды и глубину модели. Вычислить площадь модели, используя данную информацию.

**Ответ принимается частично**

Код 8: Частично верные ответы:

- Учащиеся предлагают найти площадь круга и отнять площадь вырезанных кусков. Однако они не предлагают способ вычисления площади данных кусков.
- Сложить вместе площади каждого «луча» фигуры.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

**ПРИМЕЧАНИЕ:**

То, на что следует обратить внимание, - это предлагает ли учащийся МЕТОД определения площади. **Схемы кодирования (1, 8, 0) – это иерархия степеней, которые ученик описывает в качестве МЕТОДА.**

**Примеры ответов:**

Код 1:

- Можно заполнить фигуру большим количеством кругов, квадратов и других стандартных фигур, так, чтобы не осталось пустого места. Вычислить площадь всех фигур и сложить их.
- Перерисовать фигуру на миллиметровую бумагу и посчитать, сколько квадратов она занимает.
- Нарисовать и посчитать равные по размеру коробки. Меньше коробки – точнее результат. (В данном случае описание краткое, но мы засчитываем предложенный метод как правильный, так как необходимо учитывать навыки письма ученика).
- Сделать трехмерную модель фигуры и наполнить ее 1 см воды. Затем измерить объем воды, необходимый для наполнения фигуры.

Код 8:

- Найти площадь фигуры В. Затем вычислить площади отрезанных кусков и вычесть их из основной площади.
- Вычесть фигуру из круга.
- Суммировать площадь каждой отдельно части.
- Использовать подобную форму и наполнить ее водой.
- Составить график.
- Половина площади фигуры В.



- Высчитать, сколько мм<sup>2</sup> входит в каждый «луч» и умножить это на 8.

Код 0:

- Использовать веревку и измерить периметр фигуры. Растяните веревку по линии границы круга и измерьте площадь круга, используя формулу  $\pi r^2$ . (Данный метод является неверным)

### Вопрос 3: ФИГУРЫ

Опишите способ определения периметра фигуры С.

#### ФИГУРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Оценка стратегий обучающихся по определению периметра неправильных фигур.

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: Приемлемый метод:

- Положить отрез веревки по линии границы фигуры, затем измерить длину использованной веревки.
- Разрезать фигуру на короткие, практически ровные отрезки и соединить их вместе в линию, затем измерить длину линии.
- Измерить длину каких-либо лучей, чтобы вычислить среднюю длину лучей. Затем умножить на 8 (количество лучей) x 2.

#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### Примеры ответов

Код 1:

- Шерстяная пряжа или веревка!!! (В данной ситуации хоть ответ и короткий, учащийся предложил МЕТОД для измерения периметра.)
- Разрезать сторону фигура на части. Измерить каждую и суммировать их. (Здесь учащийся не обозначил, что каждая часть должна иметь прямые углы, но можем предположить, что само собой подразумевается, что каждая часть должна легко поддаваться измерению.)

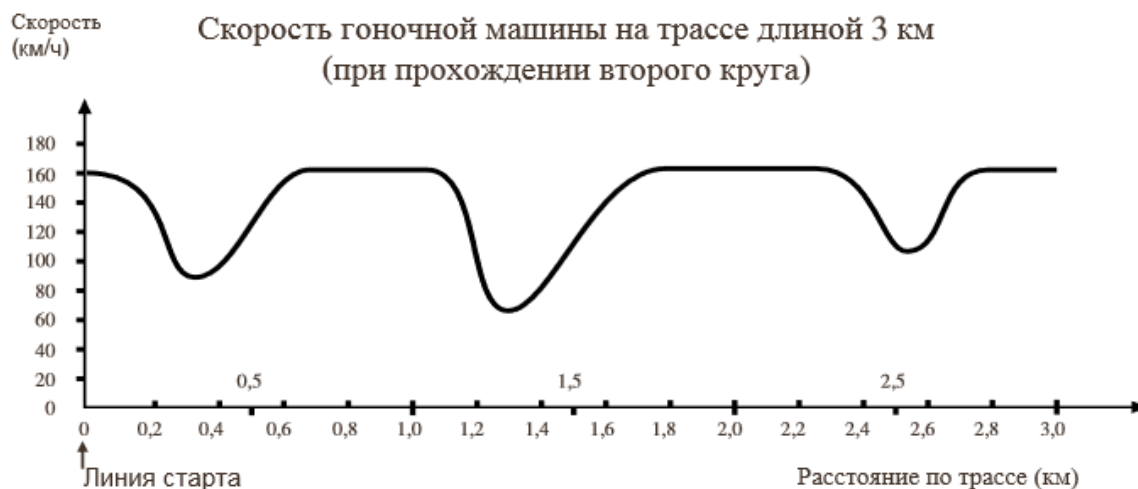
Код 0:

- Измерить фигуру. (В данной ситуации никакой МЕТОД не был предложен. Просто сказать «Измерить фигуру» недостаточно.)
- Сформируйте из фигуры круг. (В данной ситуации предложен неправильный метод.)



# СКОРОСТЬ ГОНОЧНОЙ МАШИНЫ

Данный график отображает изменение скорости гоночной машины при прохождении второго круга трехкилометровой кольцевой трассы.



## Вопрос 1: СКОРОСТЬ ГОНОЧНОЙ МАШИНЫ

Чему примерно равно расстояние от линии старта до начала самого длинного прямого участка трассы?

- A. 0,5 км.
- B. 1,5 км.
- C. 2,3 км.
- D. 2,6 км.

## СКОРОСТЬ ГОНОЧНОЙ МАШИНЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Установление связей и интеграция информации для решения задачи

**Ответ принимается полностью**

Код 1: B. 1,5 км

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: СКОРОСТЬ ГОНОЧНОЙ МАШИНЫ

На каком участке трассы во время прохождения второго круга была зафиксирована самая низкая скорость?

- A. На линии старта.
- B. Примерно на отметке 0,8 км.
- C. Примерно на отметке 1,3 км.
- D. Примерно посередине трассы.

### **СКОРОСТЬ ГОНОЧНОЙ МАШИНЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Воспроизведение, определения, вычисления

**Ответ принимается полностью**

Код 1: C. Примерно на отметке 1,3 км.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 3: СКОРОСТЬ ГОНОЧНОЙ МАШИНЫ**

Что можно сказать о скорости машины на отметках между 2,6 км и 2,8 км?

- A. Скорость машины остается неизменной.
- B. Скорость машины увеличивается.
- C. Скорость машины уменьшается.
- D. Скорость машины не может быть определена исходя из графика.

### **СКОРОСТЬ ГОНОЧНОЙ МАШИНЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Воспроизведение, определения, вычисления

**Ответ принимается полностью**

Код 1: B. Скорость машины увеличивается.

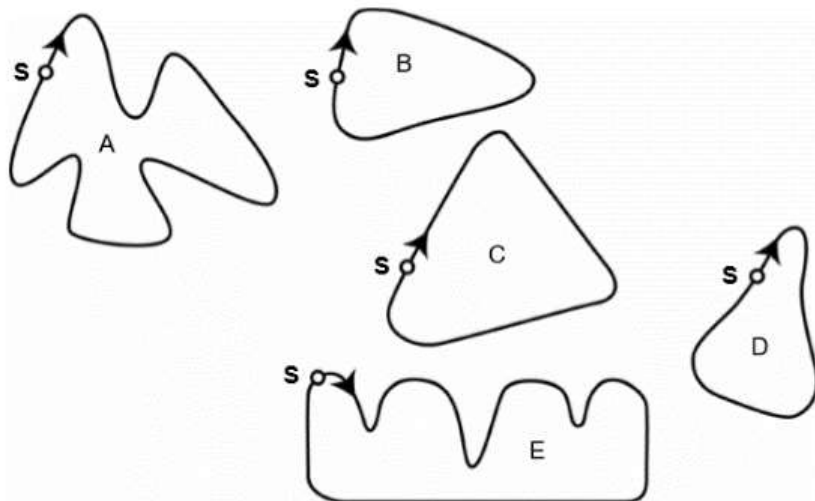
**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 4: СКОРОСТЬ ГОНОЧНОЙ МАШИНЫ**

Ниже Вы видите изображения пяти гоночных трасс. По какой из трасс ездила машина, скорость которой отражена на графике выше?



**S - Точка старта**

**СКОРОСТЬ ГОНОЧНОЙ МАШИНЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 4**

**ЦЕЛЬ ВОПРОСА:**

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Установление связей и интеграция информации для решения задачи

***Ответ принимается полностью***

Код 1: График В.

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

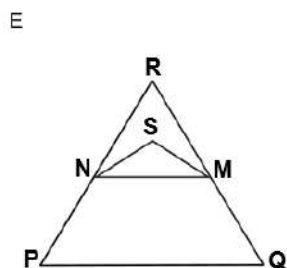
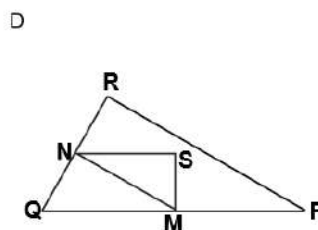
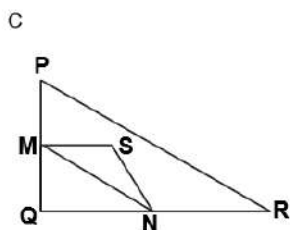
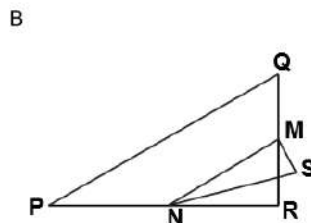
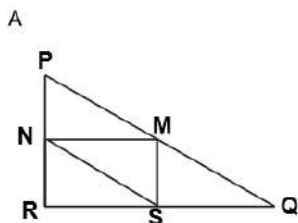
Код 9: Ответ отсутствует.

# ТРЕУГОЛЬНИКИ

## Вопрос 1: ТРЕУГОЛЬНИКИ

Обведите букву, которой обозначена фигура, подходящая под описание ниже.

Треугольник  $PQR$  – прямоугольный с прямым углом  $R$ . Сторона  $RQ$  меньше стороны  $PR$ .  $M$  – середина стороны  $PQ$ , а  $N$  – середина стороны  $QR$ .  $S$  – точка внутри данного треугольника. Отрезок  $MN$  больше отрезка  $MS$ .



## ТРЕУГОЛЬНИКИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Воспроизведение, определения, вычисления

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Фигура D.

**Ответ не принимается**

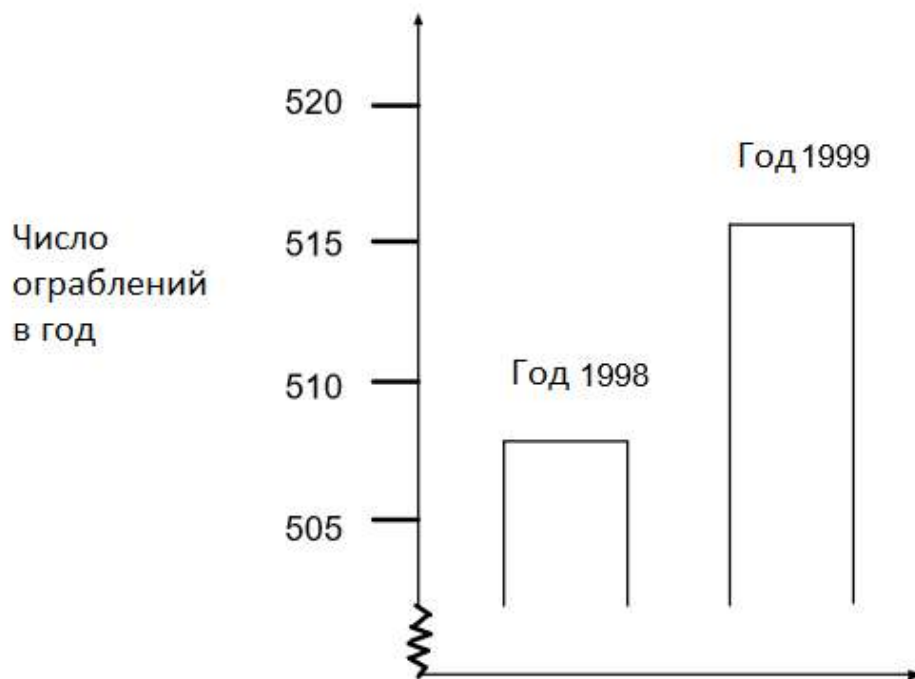
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ОГРАБЛЕНИЯ

## Вопрос 1: ОГРАБЛЕНИЯ

Телевизионный репортер показал данный график и сказал: «Этот график наглядно демонстрирует внушительное увеличение числа ограблений в период с 1998 по 1999.»



Считаете ли вы, что утверждение репортера является правильным и обоснованным толкованием графика? Аргументируйте свою точку зрения.

## ОГРАБЛЕНИЯ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

### ПРИМЕЧАНИЕ:

Использование НЕТ в этих кодах подразумевает, что толкование НЕ является обоснованным. Использование ДА говорит о том, что толкование правильное. Пожалуйста, убедитесь в том, какой точки зрения придерживается ученик (правильное/неправильное толкование) и не воспринимайте наличие ДА или НЕТ как критерий для присваивания тех или иных кодов.

### **Ответ принимается полностью**

Код 21: Нет, толкование неправильное. Фокус на том, что показан лишь небольшой фрагмент графика.

- Неправильное толкование графика. Должен быть продемонстрирован весь график.
- Не думаю, что график истолкован правильно, так как, если бы был показан весь график, то был бы очевиден небольшой скачок ограблений.
- Нет, неправильно. Так как отображена только верхняя часть графика, а если бы был показан он целиком, включая 0 - 520, то рост ограблений не казался бы таким значительным.
- Нет, так как график выглядит так, как будто скачок значительный, но если обратить внимание на цифры, то он и не кажется таким внушительным.

Код 22: Нет, толкование неправильное. Содержит правильные аргументы, связанные с изменениями коэффициентов или процентов.

- Толкование неправильное. 10 – это небольшой скачок в сравнении с общим количеством в 500.
- Неправильное толкование. В процентах рост составляет лишь 2%.
- Нет. Добавилось всего лишь 8 ограблений, это увеличение на 1.5%. Не так уж много, я считаю!
- Нет, всего лишь на 8 или 9 больше в сравнении с прошлым годом. В рамках 507 это малое число.

Код 23: Должны быть продемонстрированы данные о динамике перед тем, как могут быть сделаны какие-либо выводы.

- Мы не можем сказать большой рост или нет. Если в 1997 году число ограблений такое же как и в 1998, то мы можем говорить о значительном скачке в 1999.
- В данном случае мы не можем понять, что значит «внушительное», без как минимум двух единиц для сравнения.

### **Ответ принимается частично**

Код 11: Нет, толкование неправильное. Однако в объяснении отсутствуют важные детали.

- Фокус ТОЛЬКО на разнице в числе ограблений в рамках двух данных лет. Но отсутствует сравнение с общим количеством ограблений.
- Неправильное толкование. Количество ограблений увеличилось на 10, я бы не сказал(а), что это «внушительное» увеличение.
- Нет, так как увеличение на 8 или 9 нельзя назвать внушительным.
- Похоже на то. Рост с 508 до 515 в какой-то степени внушительен.

### **ПРИМЕЧАНИЕ:**

Так как график недостаточно ясен, сложно назвать точное число увеличения ограблений.

Код 12: Нет, неправильное объяснение. Правильный метод, но с незначительными ошибками в расчетах.

- Правильный метод и вывод, но процент подсчитан неверно (0.03%).

### **Ответ не принимается**

Код 01: Ответ верный, но объяснение неполное, незначительное или же отсутствует.

- Нет, график истолкован неправильно.
- Репортеру не следовало использовать слово «внушительное».
- Нет, толкование неправильное. Репортеры всегда любят преувеличивать.

Код 02: Толкование правильное. Фокус на внешней стороне графика. Замечание, что количество ограблений удвоилось.

- Толкование правильное, график увеличился в два раза.
- Да, толкование правильное. Количество ограблений увеличилось почти в два раза.

Код 03: Толкование верно. Объяснения отсутствуют или приведены иные объяснения кроме тех, которые указаны в Коде 02.

Код 04: Другие ответы.

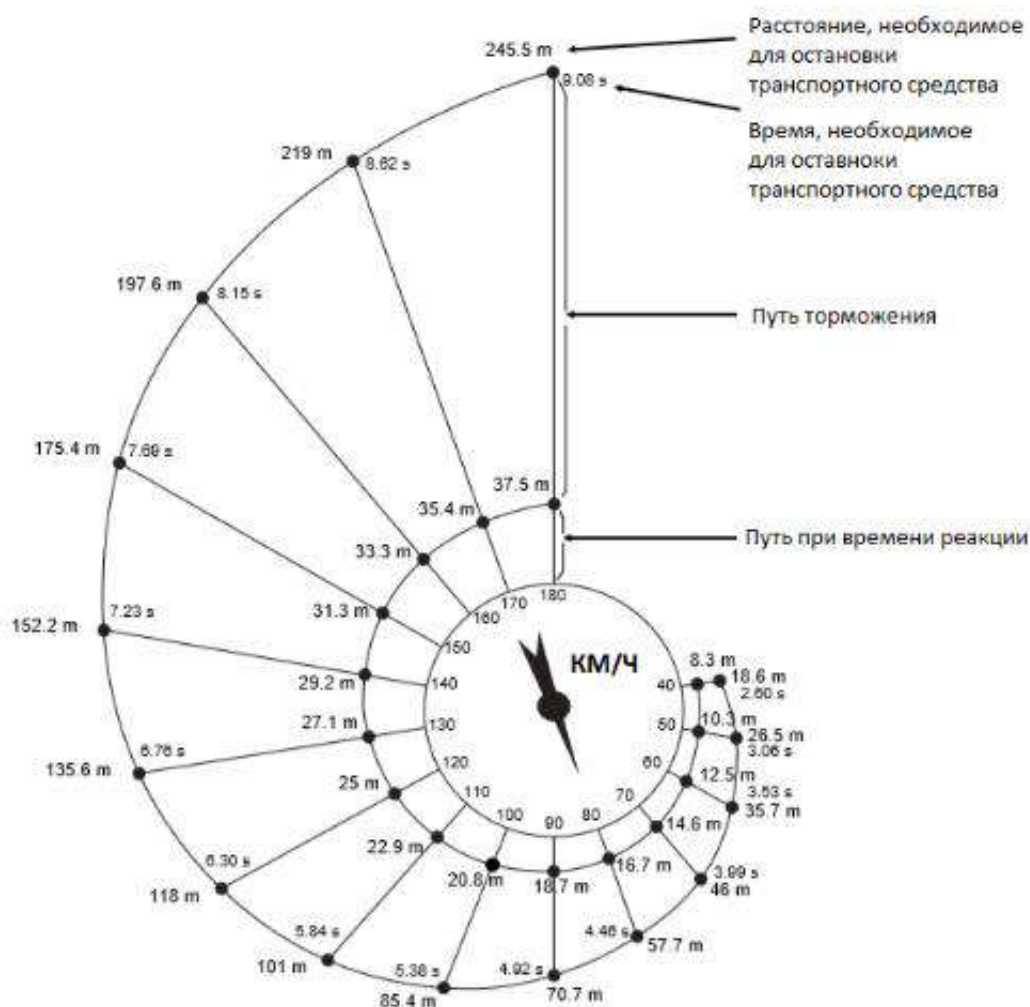
Код 99: Ответ отсутствует.

# ТОРМОЖЕНИЕ

Приблизительный путь для остановки движущегося транспортного средства равняется сумме:

- пути, проезжаемого до нажатия на педаль тормоза (путь при времени реакции).
- пути, проезжаемого за то время, когда педаль тормоза уже нажата (путь торможения).

Представленная ниже диаграмма «улитка» дает теоретическое представление о расстоянии, необходимом для остановки транспортного средства с хорошо работающей тормозной системой (крайне внимательный водитель с хорошей реакцией, отличное состояние тормозов и шин, сухая дорога с хорошим покрытием) и о зависимости расстояния от скорости.



*m* – метры

*s* – секунды

## Вопрос 1: ТОРМОЖЕНИЕ

Если транспортное средство движется со скоростью 110 км/ч, какое расстояние оно проедет за время реакции водителя?

### **ТОРМОЖЕНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Оценка способности понимать информацию, изображенную на рисунке.

***Ответ принимается полностью***

Код 1: 22,9 метра (единица измерения не является обязательной).

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 2: ТОРМОЖЕНИЕ**

Если транспортное средство движется со скоростью 110 км/ч, какое общее расстояние оно проедет, прежде чем остановится?

### **ТОРМОЖЕНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Оценка способности понимать информацию, изображенную на рисунке.

***Ответ принимается полностью***

Код 1: 101 метр (единица измерения не является обязательной).

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 3: ТОРМОЖЕНИЕ**

Если транспортное средство движется со скоростью 110 км/ч, сколько времени ему понадобится, чтобы полностью остановиться?

### **ТОРМОЖЕНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Оценка способности понимать информацию, изображенную на рисунке.

***Ответ принимается полностью***

Код 1: 5,84 секунды (единица измерения не является обязательной).

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 4: ТОРМОЖЕНИЕ**

Если транспортное средство движется со скоростью 110 км/ч, какое расстояние оно проедет за время торможения?

### **ТОРМОЖЕНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 4**



ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Оценка способности извлекать информацию, изображенную на рисунке.

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 78,1 метра (единица измерения не является обязательной).

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 5: ТОРМОЖЕНИЕ**

Второй водитель, передвигаясь в хороших условиях, остановил свой автомобиль, проехав всего 70,7 метров. С какой скоростью двигалось транспортное средство до включения тормозов?

#### **ТОРМОЖЕНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 5**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА: Оценка способности понимать информацию, изображенную на рисунке.

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 90 км/ч (единица измерения не является обязательной).

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## СОН МОРСКОГО КОТИКА

Морскому коту нужно дышать, даже если он спит под водой. Мартин наблюдал за морским котиком в течение часа. В начале наблюдения морской котик всплыл на поверхность и сделал вдох. Затем он нырнул на дно и уснул. Со дна он медленно всплыл на поверхность за 8 минут и снова сделал вдох. Через три минуты он вновь был на дне. Мартин обратил внимание, что данный процесс носил довольно регулярный характер.



### Вопрос 1: СОН МОРСКОГО КОТИКА

Через час морской котик:

- A. Был на дне
- B. Поднимался
- C. Делал вдох
- D. Опускался

### СОН МОРСКОГО КОТИКА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: B. Поднимался.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## КУРС ОБМЕНА ВАЛЮТ

Мэй-Линг из Сингапура готовилась к поездке в Южную Африку на 3 месяца по программе обмена студентами. Ей было необходимо поменять несколько сингапурских долларов (SGD) на южноафриканские ранды (ZAR).

### Вопрос 1: КУРС ОБМЕНА ВАЛЮТ

Мэй-Линг узнала, что курс обмена между сингапурским долларом и южноафриканским рандом был следующим:

$$1 \text{ SGD} = 4.2 \text{ ZAR}$$

Мэй-Линг обменяла 3000 сингапурских долларов на южноафриканские ранды по этому курсу.

Сколько южноафриканских рандов Мэй-Линг получила?

Ответ: ..... ZAR

### КУРС ОБМЕНА ВАЛЮТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 12 600 ZAR (единица измерения не обязательна).

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### Вопрос 2: КУРС ОБМЕНА ВАЛЮТ

Когда Мэй-Линг возвращалась в Сингапур после 3 месяцев, у нее оставалось 3 900 ZAR. Она поменяла их на сингапурские доллары, но уже по измененному курсу:

$$1 \text{ SGD} = 4.0 \text{ ZAR}$$

Сколько сингапурских долларов Мэй-Линг получила?

Ответ: ..... SGD

### КУРС ОБМЕНА ВАЛЮТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 975 SGD (единица измерения не обязательна).

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### Вопрос 3: КУРС ОБМЕНА ВАЛЮТ

Во время 3 месяцев курс обмена валют изменился с 4.2 на 4.0 ZAR за SGD.

Оказался ли новый курс в 4.0 ZAR вместо 4.2 ZAR выгодным для Мэй-Линг, когда она меняла южноафриканские ранды на сингапурские доллары? Объясните свой ответ.

### **КУРС ОБМЕНА ВАЛЮТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

#### ***Ответ принимается полностью***

Код 11: «Да» с приемлемым объяснением.

- Да, по более низкому курсу обмена валют (за 1 SGD) Мэй-Линг получит больше сингапурских долларов за ее южноафриканские ранды.
- Да, по курсу 4.2 ZAR за один доллар она бы получила 929 ZAR. [Примечание: ученик написал ZAR вместо SGD, но расчет и сравнение однозначно были выполнены верно, и данную ошибку можно не принимать во внимание.]
- Да, потому что она получила 4.2 ZAR за 1 SGD, а сейчас ей нужно только 4.0 ZAR для покупки 1 SGD.
- Да, потому что стало на 0.2 ZAR дешевле купить SGD.
- Да, потому что, если поделить на 4.2, сумма получится меньше, чем если поделить на 4.
- Да, курс оказался выгодным, потому что, если бы он не понизился, она могла бы получить на \$50 меньше.

#### ***Ответ не принимается***

Код 01: «Да», без объяснения или с недостаточно точным объяснением.

- Да, более низкий курс валют стал выгоднее.
- Да, курс оказался выгодным, потому что, если ZAR понизился, у нее будет больше денег разменять на SGD.
- Да, для Мэй-Линг было выгодно.

Код 02: Другие ответы.

Код 99: Ответ отсутствует.

# ВРЕМЯ РЕАКЦИИ

В беге на короткие дистанции «временем реакции» называют промежуток времени между выстрелом стартового пистолета и началом движения атлета со стартовых колодок. «Конечное время» включает как время реакции, так и время в движении.



Следующая таблица показывает время реакции и конечное время восьми бегунов в гонке на стометровую дистанцию.

Дорожка	Время реакции (сек)	Конечное время (сек)
1	0.147	10.09
2	0.136	9.99
3	0.197	9.87
4	0.180	Не закончил гонку
5	0.210	10.17
6	0.216	10.04
7	0.174	10.08
8	0.193	10.13

## Вопрос 1: ВРЕМЯ РЕАКЦИИ

Определите бегунов, получивших золотую, серебряную и бронзовую медаль. Заполните таблицу ниже номерами дорожек медалистов, их временем реакции и конечным временем.

Медаль	Дорожка	Время реакции (сек)	Конечное время (сек)
ЗОЛОТО			
СЕРЕБРО			
БРОНЗА			

## ВРЕМЯ РЕАКЦИИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

*Ответ принимается полностью*

Код 1:

Медаль	Дорожка	Время реакции (сек)	Конечное время (сек)
ЗОЛОТО	3	0.197	9.87
СЕРЕБРО	2	0.136	9.99
БРОНЗА	6	0.216	10.04

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

**Вопрос 2: ВРЕМЯ РЕАКЦИИ**

До настоящего времени никто из людей не смог отреагировать на выстрел пистолета меньше чем за 0.110 секунд.

Если зафиксированное время реакции бегуна меньше 0.110 секунд, считается, что произошел фальстарт, потому что бегун, должно быть, начал движение до того, как услышал сигнал пистолета.

Если бы время реакции бронзового призера было короче, была ли бы у него возможность выиграть серебро? Объясните свой ответ.

**ВРЕМЯ РЕАКЦИИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

**Ответ принимается полностью**

Код 1: «Да» с приемлемым объяснением.

- Да. Если бы у него время реакции было на 0.05 секунд быстрее, он смог бы подняться на второе место.
- Да, у него была бы возможность выиграть серебро, если бы его время реакции было меньше, чем 0.166 сек или равнялось бы этому числу.
- Да, с максимально быстрой реакцией, которая только возможна, он пробежал бы за 9.93, что было бы достаточно для серебряной медали.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы, включая «Да» с недостаточно точным объяснением.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ЭКСПОРТ

График, представленный ниже, показывает информацию об объеме экспорта из Зедландии (страна, которая использует зеды в качестве валюты).



## Вопрос 1: ЭКСПОРТ

Какая была общая стоимость экспорта (в миллионах зед) из Зедландии в 1998?

Ответ: .....

### ЭКСПОРТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 27,1 миллионов зед или 27 100 000 зед или 27,1 (единица измерения не обязательна).

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ЭКСПОРТ

Какая стоимость экспорта фруктового сока из Зедландии была в 2000?

A. 1,8 миллионов зед.

B. 2,3 миллионов зед.

C. 2,4 миллионов зед.

D. 3,4 миллионов зед.

Е. 3,8 миллионов зед.

## **ЭКСПОРТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

***Ответ принимается полностью***

Код 1: Е. 3,8 миллионов зед.

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

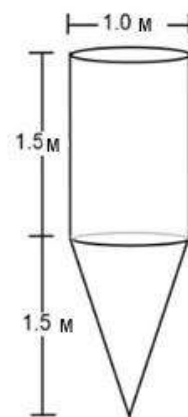


# ВОДОНАПОРНАЯ БАШНЯ

## Вопрос 1: ВОДОНАПОРНАЯ БАШНЯ

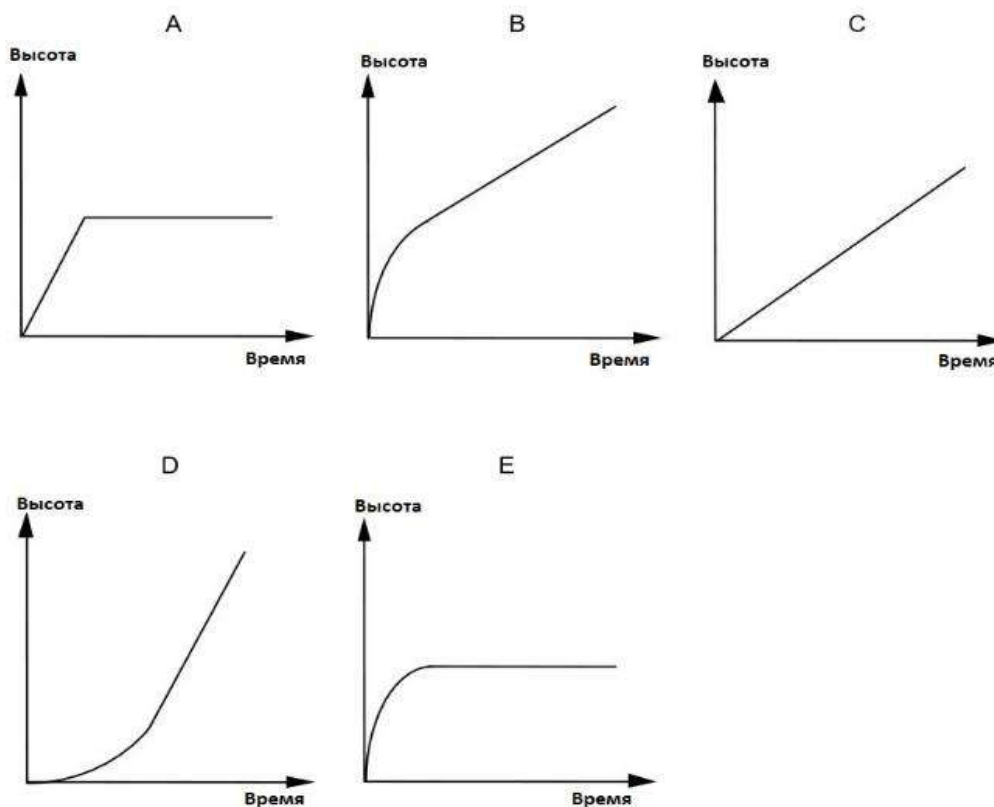
Форму и размеры водонапорной башни вы можете увидеть на рисунке.

Сначала водонапорная башня пустая. Далее она наполняется водой со скоростью 1 литр в секунду.



Водонапорная башня

Какой из следующих графиков показывает, как высота уровня воды изменяется во времени?



## ВОДОНАПОРНАЯ БАШНЯ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: График В.

**Ответ не принимается**

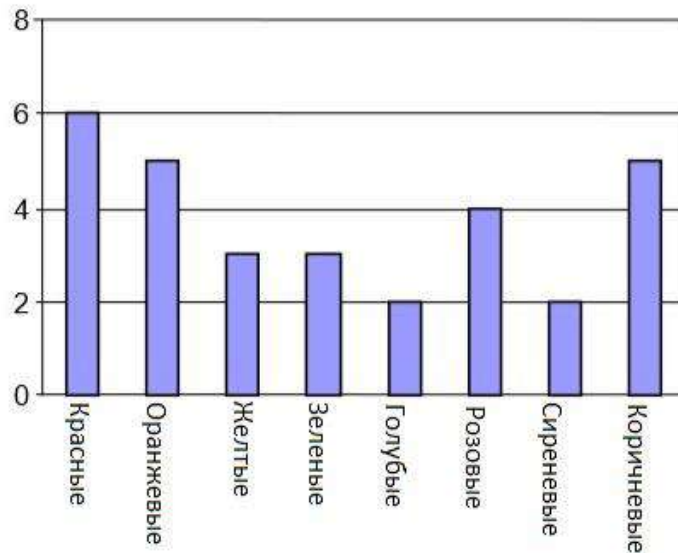
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# РАЗНОЦВЕТНЫЕ КОНФЕТЫ

## Вопрос 1: РАЗНОЦВЕТНЫЕ КОНФЕТЫ

Мама Павла разрешает ему взять одну конфету из сумки. Он не видит конфеты. Количество конфет каждого цвета в сумке показано на следующем графике.



Какая вероятность того, что Павел вытянет красную конфету?

- A. 10%
- B. 20%
- C. 25%
- D. 50%

## РАЗНОЦВЕТНЫЕ КОНФЕТЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: B. 20%.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ТЕСТЫ ПО ФИЗИКЕ

## Вопрос 1: ТЕСТЫ ПО ФИЗИКЕ

В школе, где учится Оля, учитель по физике дал тесты, которые оцениваются по 100-балльной шкале. Оля набрала в среднем по 60 баллов за первые четыре теста по физике. За пятый тест она получила 80 баллов.

Какое количество баллов в среднем Оля набрала после всех пяти тестов?

В среднем: .....

## ТЕСТЫ ПО ФИЗИКЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

***Ответ принимается полностью***

Код 1: 64.

***Ответ не принимается***

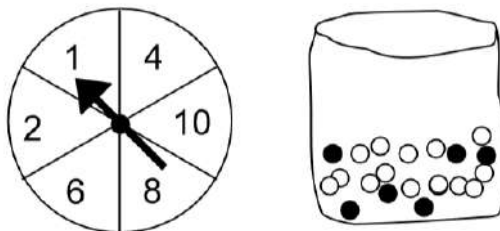
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ВЕСЕННЯЯ ЯРМАРКА

## Вопрос 1: ВЕСЕННЯЯ ЯРМАРКА

Игра на весенней ярмарке предполагает использование вращающегося колеса. Если колесо останавливается на четном числе, игроку разрешается вытянуть один шарик из мешка. Вращающееся колесо и шарики в мешке показаны на рисунках ниже.



Приз получает тот, кто вытягивает черный шарик. Катя играет один раз.

Какая вероятность того, что Катя выиграет приз?

- A. Невозможно.
- B. Маловероятно.
- C. Около 50% вероятности.
- D. Весьма вероятно.
- E. Точно.

## ВЕСЕННЯЯ ЯРМАРКА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: B. Маловероятно.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

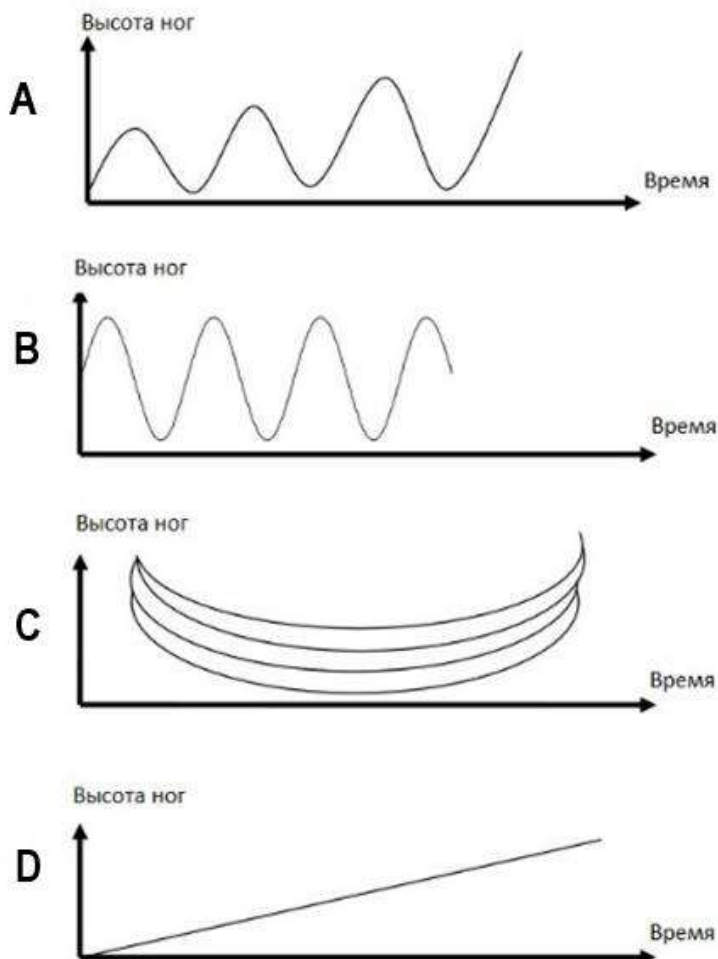
Код 9: Ответ отсутствует.

# КАЧЕЛИ

## Вопрос 1: КАЧЕЛИ

Влад сидит на качелях. Он начинает раскачиваться. Он пытается раскачаться как можно выше.

Какой график лучше всего изображает высоту его ног над землей, когда он раскачивается?



### КАЧЕЛИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: График А.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# РОСТ УЧЕНИКОВ

## Вопрос 1: РОСТ УЧЕНИКОВ

Однажды на уроке математики измерили рост всех учеников. Средний рост мальчиков был 160 см, а средний рост девочек – 150 см. Лена была самой высокой, ее рост был 180 см. Коля был самым низким, его рост – 130 см.

Два ученика отсутствовали на уроке в тот день, но они пришли на следующий день. Их рост тоже измерили и пересчитали средние значения. К удивлению, средняя высота девочек и средняя высота мальчиков не изменилась.

Какие из следующих выводов можно сделать?

Выводы	Можно ли сделать такой вывод?
Оба ученика – это девочки.	Да / Нет
Один из учеников – мальчик, другой – девочка.	Да / Нет
Оба ученика имеют одинаковый рост.	Да / Нет
Средний рост всех учеников не изменился.	Да / Нет
Коля остался самым низким.	Да / Нет

## РОСТ УЧЕНИКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

### **Ответ принимается полностью**

Код 1: «Нет» для всех выводов.

### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ПЛАТЕЖИ ПО ПЛОЩАДИ

Люди, проживающие в многоквартирном доме, решили выкупить этот дом. Они вместе соберут деньги таким образом, что каждый из них заплатит сумму, пропорциональную размеру их квартиры.

Например, мужчина, проживающий в квартире, которая занимает  $\frac{1}{5}$  площади всех квартир, заплатит  $\frac{1}{5}$  от всей стоимости за здание.

## Вопрос 1: ПЛАТЕЖИ ПО ПЛОЩАДИ

Выберите «Верно» или «Неверно» для каждого из следующих утверждений.

Утверждение	Верно / Неверно
Человек, проживающий в самой большой квартире заплатит больше денег за каждый квадратный метр своей квартиры, чем человек из самой маленькой квартиры.	Верно / Неверно
Зная площадь двух квартир и цену одной из них, мы можем вычислить цену второй.	Верно / Неверно
Зная цену здания и сумму, которую каждый владелец заплатит, мы можем вычислить общую площадь всех квартир.	Верно / Неверно
Если бы общая стоимость здания была снижена на 10%, каждый из владельцев заплатил бы на 10% меньше.	Верно / Неверно

## ПЛАТЕЖИ ПО ПЛОЩАДИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

### *Ответ принимается полностью*

Код 1: Четыре правильных ответа в следующем порядке: Неверно, Верно, Неверно, Верно.

### *Ответ не принимается*

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ПЛАТЕЖИ ПО ПЛОЩАДИ

В здании три квартиры. Самая большая квартира, квартира 1, имеет площадь  $95 \text{ м}^2$ . Квартира 2 и 3 имеют площадь размером  $85 \text{ м}^2$  и  $70 \text{ м}^2$  соответственно. Цена продажи здания – 300 000 зед.

Сколько должен заплатить владелец квартиры 2? Продемонстрируйте свои расчеты.

## ПЛАТЕЖИ ПО ПЛОЩАДИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

### *Ответ принимается полностью*

Код 2: 102 200 зед с расчетами или без, единица измерения не обязательна.

- Квартира 2: 102 200 зед.

- Кв – 2 :  $\frac{85}{250} \times 300000 = 102000$  зед
- $\frac{300000}{250} = 1200$  зед на каждый метр квадратный, следовательно, Квартира 2 – 102 000.

***Ответ принимается частично***

Код 1: Правильный метод, но имеются незначительные ошибки в расчетах.

- Кв – 2 :  $\frac{85}{250} * 300000 = 102000$  зед

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

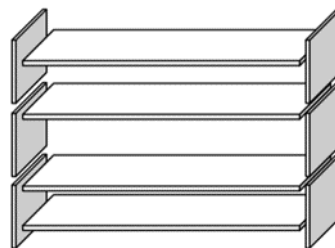
Код 9: Ответ отсутствует.



# КНИЖНЫЕ ПОЛКИ

Чтобы сделать один комплект полок, плотнику нужны следующие детали:

- 4 длинных деревянных панели,
- 6 коротких деревянных панелей,
- 12 маленьких креплений и
- 14 болтов.



У плотника в запасе 26 длинных деревянных панелей, 33 коротких деревянных панелей, 200 маленьких креплений и 510 болтов.

## Вопрос 1: КНИЖНЫЕ ПОЛКИ

Сколько комплектов полок может собрать плотник?

Ответ: .....

## КНИЖНЫЕ ПОЛКИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 5.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# МУСОР

## Вопрос 1: МУСОР

В качестве задания на дом по экологии студенты собрали информацию о времени разложения различных видов мусора, который люди выбрасывают:

Тип мусора	Время разложения
Банановая кожура	1-3 года
Апельсиновая кожура	1-3 года
Картонные коробки	0.5 года
Жевательная резинка	20-25 лет
Газета	Несколько дней
Полистироловые стаканчики	Более 100 лет

Студент хочет показать результаты в виде столбчатой диаграммы. Приведите одну причину, по которой столбчатая диаграмма не подходит для демонстрации данных результатов.

### МУСОР: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретация и представление имеющихся данных.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: Причиной является большой разброс в данных.

- Различия в длине столбцов столбчатой диаграммы будут слишком большие.
- Если делать столбец длиной в 10 сантиметров для полистирола, то столбец для картонных коробок будет 0.05 сантиметров.

ИЛИ

Причиной является вариативность данных.

- Длина столбца «полистироловые стаканчики» не определена.
- Невозможно сделать столбец для промежутка в 1-3 года или 20-25 лет.

#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

- Потому что не получится.
- Пиктограмма лучше подойдет для этого.
- Невозможно проверить информацию.
- Цифры в таблице являются приблизительными.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ

## Вопрос 1: ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ

По телевизору транслировали документальный фильм о землетрясениях и о том, как часто они происходят. В нем шла речь о возможности прогнозирования землетрясений.

Геолог определил следующее: “В течение следующих двадцати лет вероятность землетрясения в Зедтауне составляет два к трем”.

Какое утверждение из следующих лучше всего отражает заявление геолога?

- A.  $\frac{2}{3} \times 20 = 13.3$ , следовательно, в промежутке между 13 и 14 лет начиная с этого момента в Зедтауне будет землетрясение.
- B.  $\frac{2}{3}$  это больше чем  $\frac{1}{2}$ , следовательно, можно быть уверенным, что в Зедтауне в какой-то момент в течение 20 лет может произойти землетрясение.
- C. Вероятность того, что в Зедтауне произойдет землетрясение в какой-то момент в течение следующих 20 лет, выше, чем вероятность того, что оно не произойдет.
- D. Невозможно сказать, что случится, потому что никто не уверен в том, что случится землетрясение.

## ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

### **Ответ принимается полностью**

Код 1: С. Вероятность того, что в Зедтауне будет землетрясение в какой-то момент в течение следующих 20 лет, выше, чем вероятность того, что оно не произойдет.

### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКАРСТВА

## Вопрос 1: СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКАРСТВА

Женщине в больнице вводят инъекцию пенициллина. Ее организм постепенно расщепляет пенициллин так, что через час после введения инъекции, только 60% пенициллина является действующим.

Этот процесс повторяется: к концу каждого часа только 60% пенициллина, который оставался в конце предыдущего часа, продолжает действовать.

Предположим, что в 8 часов утра женщине ввели дозу, объемом 300 миллиграмм пенициллина.

Заполните таблицу, отражающую количество пенициллина, которое продолжает действовать в крови женщины во временном промежутке с 08:00 до 11:00.

Время	08:00	09:00	10:00	11:00
Пенициллин (мг)	300			

## СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКАРСТВА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

*Ответ принимается полностью*

Код 2: Все три позиции в таблице верны.

Время	08:00	09:00	10:00	11:00
Пенициллин (мг)	300	180	108	64.8 или 65

*Ответ принимается частично*

Код 1: Одна или две позиции в таблице верны.

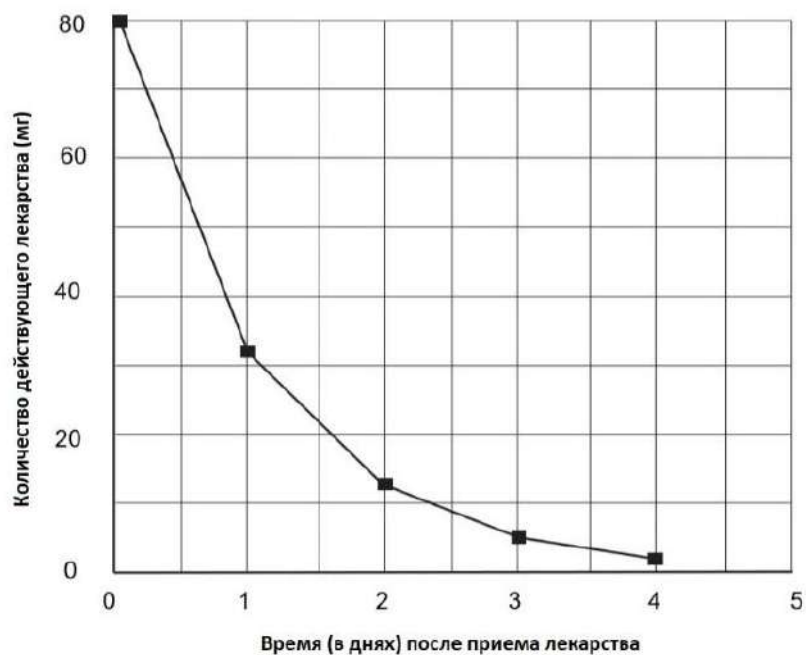
*Ответ не принимается*

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКАРСТВА

Для того, чтобы контролировать давление крови, Евгению нужно принимать 80 мг лекарства. Следующий график показывает начальное количество лекарства, количество, которое продолжает действовать в крови Евгения через один, два, три и четыре дня.



Сколько лекарства продолжает действовать в конце первого дня?

- A. 6 мг.
- B. 12 мг.
- C. 26 мг.
- D. 32 мг.

#### **СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКАРСТВА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

***Ответ принимается полностью***

Код 1: D. 32 мг.

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

#### **Вопрос 3: СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКАРСТВА**

График из предыдущего вопроса показывает, что каждый день примерно такое же количество лекарства с предыдущего дня продолжает действовать в крови Евгения.

Какой приблизительный процент лекарства из предыдущего дня продолжает действовать в конце каждого дня?

- A. 20%.
- B. 30%.
- C. 40%.

D. 80%.

**СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКАРСТВА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

***Ответ принимается полностью***

Код 1: С. 40%.

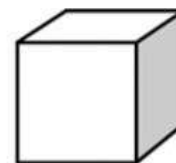
***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# СТРОИТЕЛЬСТВО БЛОКОВ

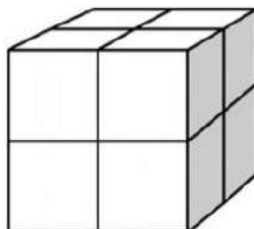
Тане нравится строить блоки из маленьких кубиков, пример одного из которых вы можете видеть на картинке справа:



Малый куб

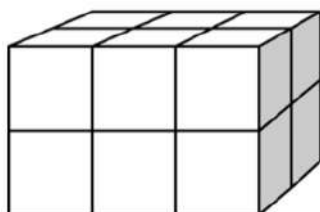
У Тани много таких маленьких кубиков. Она использует клей, чтобы скрепить их в один блок.

Сначала, Таня склеивает вместе восемь кубиков в один блок, пример которого представлен на Картинке А:

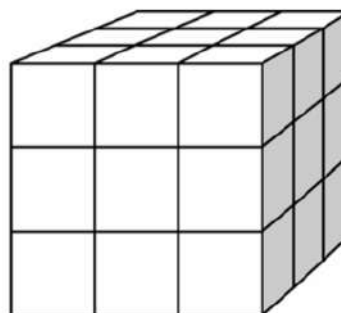


Картинка А

Таня делает целые блоки, такие, как показаны на Картинке В и Картинке С ниже:



Картинка В



Картинка С

## Вопрос 1: СТРОИТЕЛЬСТВО БЛОКОВ

Сколько маленьких кубиков нужно Тане, чтобы построить блок, как на Картинке В?

Ответ: ..... кубиков.

## СТРОИТЕЛЬСТВО БЛОКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 12 кубиков.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: СТРОИТЕЛЬСТВО БЛОКОВ

Сколько маленьких кубиков нужно Тане, чтобы построить целый блок, как на Картинке С?

Ответ: ..... кубиков.

### **СТРОИТЕЛЬСТВО БЛОКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 27 кубиков.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 3: СТРОИТЕЛЬСТВО БЛОКОВ**

Таня обнаружила, что использовала больше маленьких кубиков, чем ей было необходимо, чтобы построить блок, как на Картинке С. Таня поняла, что могла бы склеить маленькие кубики вместе и получить блок, как на Картинке С, но блок мог бы быть полым изнутри.

Какое минимальное количество кубиков ей необходимо, чтобы построить блок, как на Картинке С, но полый изнутри?

Ответ: ..... кубиков.

### **СТРОИТЕЛЬСТВО БЛОКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 26 кубиков.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 4: СТРОИТЕЛЬСТВО БЛОКОВ**

Теперь Таня хочет построить блок, который выглядел бы целым, длина которого была бы 6 маленьких кубиков, ширина – 5 маленьких кубиков, а высота - 4 маленьких кубика. Она хочет задействовать минимальное количество кубиков, которое возможно, за счет пустого пространства внутри блока.

Какое минимальное количество кубиков необходимо Тане, чтобы построить такой блок?

Ответ: ..... кубиков.

### **СТРОИТЕЛЬСТВО БЛОКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 4**

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 96 кубиков.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.



# РЕТРАНСЛИРУЕМЫЙ ИНТРЕНЕТ-ЧАТ

Марк (из Сиднея, Австралия) и Ганс (из Берлина, Германия) часто общаются онлайн в чатах. Чтобы начать общение, им необходимо зайти в Интренет в одно и то же время.

Чтобы выбрать подходящее время, Марк нашел следующие циферблаты разных часовых поясов:



## Вопрос 1: РЕТРАНСЛИРУЕМЫЙ ИНТРЕНЕТ-ЧАТ

Когда в Сиднее 19:00, который час в Берлине?

Ответ: .....

## РЕТРАНСЛИРУЕМЫЙ ИНТЕРНЕТ-ЧАТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 10 утра или 10:00.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: РЕТРАНСЛИРУЕМЫЙ ИНТРЕНЕТ-ЧАТ

Марк и Ганс не могут общаться с 09:00 до 16:30 по их местному времени, потому что в это время они в школе. Кроме того, с 23:00 до 07:00 по их местному времени они не смогут пообщаться, потому что они спят в это время.

В котором часу Марк и Ганс смогут пообщаться? Запишите местное время в таблицу.

Город	Время
Сидней	
Берлин	

## РЕТРАНСЛИРУЕМЫЙ ИНТЕРНЕТ-ЧАТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Любое время или промежуток времени, где была учтена разница во времени на 9 часов и если время входит в один из этих промежутков:

Сидней: 16:30 – 18:00; Берлин: 07:30 – 09:00

ИЛИ

Сидней: 07:00 – 08:00; Берлин: 22:00 – 23:00

- Сидней 17:00, Берлин 08:00.

**ПРИМЕЧАНИЕ:** Если промежуток записан, он полностью должен входить в установленные рамки. Также, если утреннее или вечернее время не указано, несмотря на это записано подходящее время, ответ можно оправдать и закодировать как верный.

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы, в том числе правильное время в одном часовом поясе, но неправильное время другого пояса.

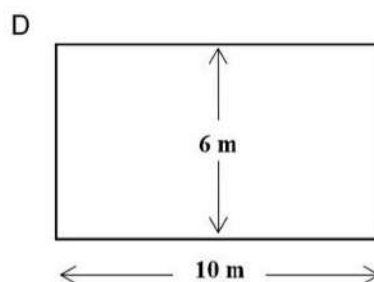
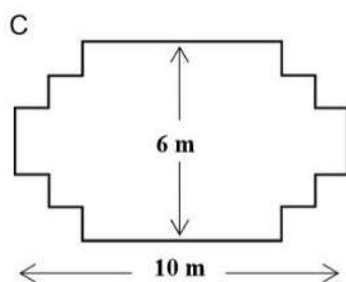
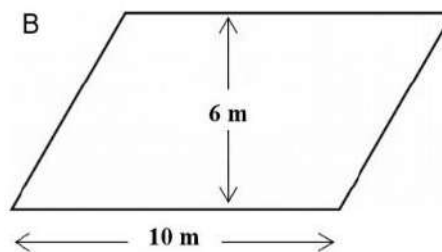
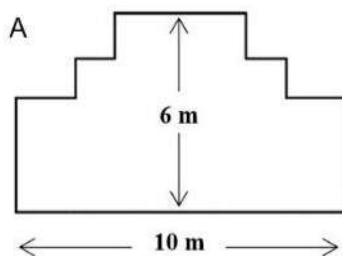
- Сидней 08:00, Берлин 22:00.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ПЛОТНИК

## Вопрос 1: ПЛОТНИК

У плотника 32 метра лесоматериала, и он хочет сделать забор вокруг грядки. Он рассматривает следующие конструкции для грядки.



Выберите «Да» или «Нет» напротив каждого дизайна, чтобы определить, возможно ли сделать забор для грядки из 32 метров лесоматериала.

Дизайн забора для грядки	Можно ли построить забор для грядки по этому дизайну?
Дизайн А	Да / Нет
Дизайн В	Да / Нет
Дизайн С	Да / Нет
Дизайн D	Да / Нет

## ПЛОТНИК: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Опора на пространственное воображение при преобразовании в прямоугольники форм А и С.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 2: Четыре верных ответа в следующем порядке: Да, Нет, Да, Да.

**Ответ принимается частично**

Код 1: Три ответа верны.

***Ответ не принимается***

Код 0: Два и меньше ответов верны.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ВЕРАНДА

## Вопрос 1: ВЕРАНДА

Андрей к своему новому дому хочет пристроить веранду. Длина веранды – 5,25 метров, ширина – 3 метра. Ему нужен 81 кирпич на один квадратный метр.

Вычислите, сколько кирпичей нужно Андрею для того, чтобы построить веранду.

### ВЕРАНДА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

#### **Ответ принимается полностью**

Код 2: 1275, 1276 или 1275,75 (единица измерения не обязательна).

#### **Ответ принимается частично**

Код 1: 15,75 (единица измерения не обязательна) или 1215 кирпичей для 5 м х 3 м (Данный ответ принимается для учеников, которые способны подсчитать количество кирпичей на целое число квадратного метра, а не на дробные числа квадратного метра.)

ИЛИ

Допущена ошибка, но умножение на 81 было произведено верно

ИЛИ

Округление площади и умножение на 81 было произведено верно.

#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

#### **Образцы ответов**

Код 2:

- $5.25 \times 3 = 15.75 \times 81 = 1276$

Код 1:

- $5.25 \times 3 = 15.75$
- $15.75 \times 81 = 9000$
- $81 \times 15 = 1215$ ;  $1215 + 21 = 1236$
- $5.25 \times 3.0 = 15.75 \text{ м}^2$ ; следовательно,  $15,75 \times 1275,75 = 1376$  кирпичей.  
(В данном примере первая часть правильная, но есть ошибка во второй части. Засчитайте первую часть ответа и не принимайте во внимание вторую. Оценивайте как 1)

5 м

	81	81	81	81	81
3 м	81	81	81	81	81
	81	81	81	81	81

# ВЫБОР

## Вопрос 1: ВЫБОР

В пиццерии у вас есть возможность взять обычную пиццу с двумя начинками: сыр и томат. Вы также можете составить свою пиццу с двумя **дополнительными** начинками. Вы можете выбрать из четырех дополнительных начинок: оливки, ветчина, грибы и салями.

Роман хочет заказать пиццу с двумя разными **дополнительными** начинками для пиццы.

Из скольких различных комбинаций начинок может Роман выбрать?

Ответ: ..... комбинаций.

## **ВЫБОР: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1**

***Ответ принимается полностью***

Код 1: 6.

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

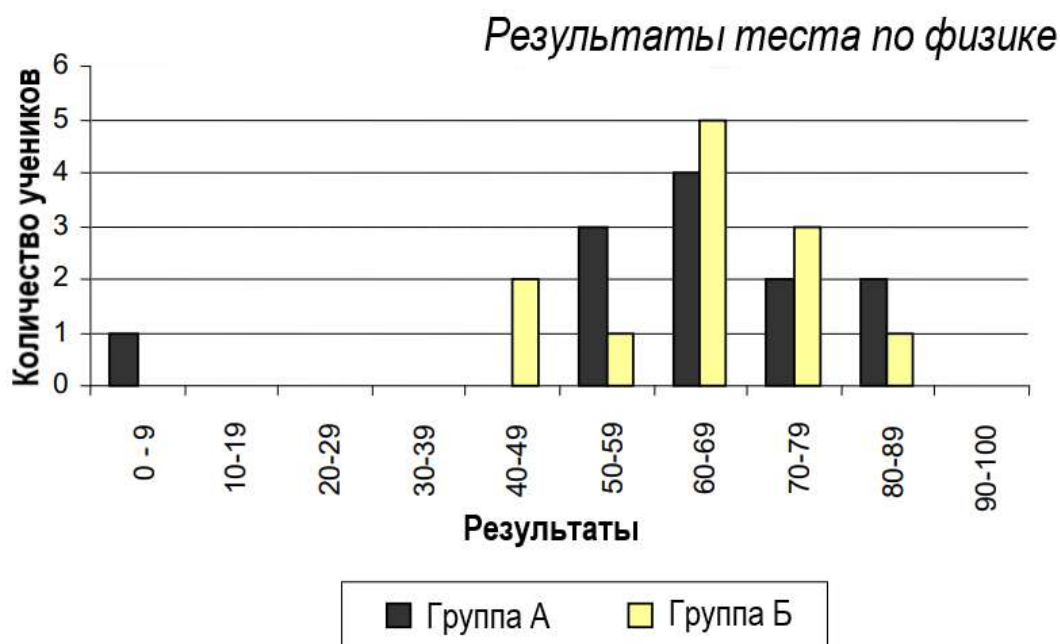
Код 9: Ответ отсутствует.

# РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТА

## Вопрос 1: РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТА

Представленная ниже диаграмма отражает результаты теста по физике для двух групп, обозначенных как Группа А и Группа Б.

Средний балл Группы А составляет 62.0 балла, а средний балл Группы Б – 64.5 балла. Тест считается пройденным, если ученик набирает 50 баллов и выше.



Исходя из диаграммы, учитель приходит к выводу, что Группа Б справилась с тестом лучше, чем группа А.

Ученики из группы А не согласны с учителем. Они пытаются убедить учителя в том, что Группа Б необязательно справилась с тестом лучше.

Используя диаграмму, приведите один математический довод, который могли бы привести ученики из группы А.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

### *Ответ принимается полностью*

Код 1: Приводится один веский довод. Веские доводы могут ссылаться на количество учеников, которые прошли тест, на непропорциональное влияние значений, отличающихся от остальных, или на количество учеников с наибольшим количеством баллов.

- Больше учеников из Группы А, чем из группы Б прошли тест.
- Если не обращать внимание на самый низкий результат в Группе А, ученики этой группы показали лучший результат, чем ученики Группы Б.
- Больше учеников из Группы А, чем из группы Б набрали 80 баллов и больше.

### *Ответ не принимается*

Код 0: Другие ответы, в том числе ответы без математического обоснования или с неверным математическим обоснованием, а также ответы, которые просто описывают различия, но не содержат веских доводов о том, что Группа Б, возможно, не справилась с тестом лучше, чем группа А.

- Группа А обычно знает физику лучше, чем группа Б. Результаты этого теста – это просто совпадение.
- Потому что разница между самым высоким и самым низким результатами меньше в Группе Б, чем в группе А.
- У Группы А результаты в интервалах 80-89 и 50-59 лучше.

Код 9: Ответ отсутствует.



# ДЕТСКАЯ ОБУВЬ

Таблица, приведенная ниже, показывает размеры детской обуви в Зедландии, соответствующие длине стопы.



От (мм)	До (мм)	Размер обуви
107	115	18
116	122	19
123	128	20
129	134	21
135	139	22
140	146	23
147	152	24
153	159	25
160	166	26
167	172	27
173	179	28
180	186	29
187	192	30
193	199	31
200	206	32
207	212	33
213	219	34
220	226	35

**Таблица размеров детской обуви в Зедландии**

## Вопрос 1: ДЕТСКАЯ ОБУВЬ

Длина стопы Марины составляет 163 мм. Используя таблицу, определите, какой размер обуви в Зедландии подойдет Марине.

Ответ: .....

### ДЕТСКАЯ ОБУВЬ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 26.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# СКЕЙТБОРД

Сергей увлекается скейтбордингом. Он заходит в магазин под названием «СКЕЙТЕРЫ», чтобы проверить цены.

В этом магазине можно купить собранный скейтборд. Или же вы можете собрать скейтборд самостоятельно, купив в магазине деку, набор из 4 колес, набор из 2 подвесок и набор крепежных деталей.

Ниже представлены цены на продукцию магазина:

Товар	Цена в зедрах	Фотография
Скейтборд	82 или 84	
Дека	40, 60 или 65	
Набор из 4 колёс	14 или 36	
Набор из 2 подвесок	16	
Набор крепежных деталей (подшипники, резиновые подкладки, болты и гайки)	10 или 20	

## Вопрос 1: СКЕЙТБОРД

Сергей хочет собрать скейтборд сам. Какую минимальную и максимальную сумму он может заплатить в этом магазине за скейтборд, собранный самостоятельно?

Минимальная сумма: ..... зед.

Максимальная сумма: ..... зед.

## СКЕЙТБОРД: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

### *Ответ принимается полностью*

Код 21: Приведены правильная минимальная (80) и максимальная (137) суммы.

### *Ответ принимается частично*

Код 11: Указана только правильная минимальная (80) сумма.

Код 12: Указана только правильная максимальная (137) сумма.

### *Ответ не принимается*

Код 00: Другие ответы.

Код 99: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: СКЕЙТБОРД

В магазине продаются 3 разных деки, 2 разных набора колес, 2 разных набора крепежных деталей и только 1 набор подвесок.

Сколько разных скейтбордов может собрать Сергей?

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12

### СКЕЙТБОРД: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

**Ответ принимается полностью**

Код 1: D. 12.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 3: СКЕЙТБОРД

Сергей может потратить 120 зед на скейтборд; он хочет купить самый дорогой скейтборд, который может себе позволить.

Сколько денег он может потратить на каждую из 4 частей? Запишите ответ в таблицу, приведенную ниже.

Часть	Сумма (в зедах)
Дека	
Колеса	
Подвески	
Крепеж	

### СКЕЙТБОРД: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 65 зед на деку, 14 зед на колеса, 16 зед на подвески и 20 зед на крепеж.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# СОРЕВНОВАНИЯ ПО НАСТОЛЬНОМУ ТЕННИСУ

## Вопрос 1: СОРЕВНОВАНИЯ ПО НАСТОЛЬНОМУ ТЕННИСУ

Тимур, Руслан, Борис и Дмитрий объединились в тренировочную группу в секции настольного тенниса. Каждый спортсмен хочет сыграть против каждого из оставшихся игроков один раз. Они забронировали 2 стола для этих матчей.

Заполните расписание, приведенное ниже, записывая имена спортсменов, принимающих участие в каждом матче.



	Первый стол	Второй стол
<b>Раунд 1</b>	Тимур - Руслан	Борис - Дмитрий
<b>Раунд 2</b>	_____ - _____	_____ - _____
<b>Раунд 3</b>	_____ - _____	_____ - _____

## СОРЕВНОВАНИЯ ПО НАСТОЛЬНОМУ ТЕННИСУ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

*Ответ принимается полностью*

Код 1: Оставшиеся 4 пары верно описаны и распределены между Раундами 2 и 3.

- Пример.

	Первый стол	Второй стол
<b>Раунд 1</b>	Тимур - Руслан	Борис - Дмитрий
<b>Раунд 2</b>	Тимур - Борис	Руслан - Дмитрий
<b>Раунд 3</b>	Тимур - Дмитрий	Руслан - Борис

*Ответ не принимается*

Код 0: Другие ответы.

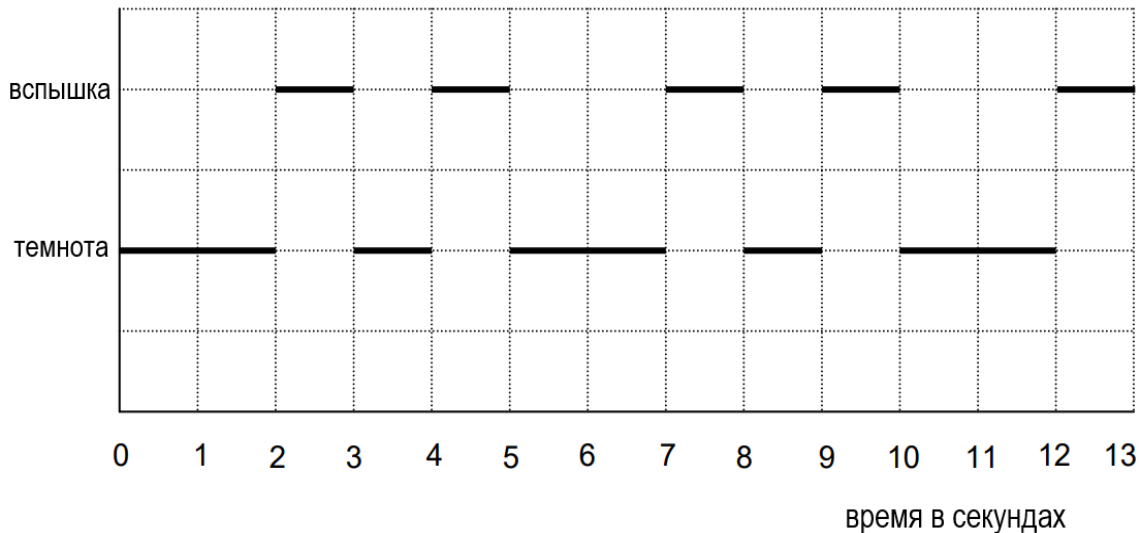
Код 9: Ответ отсутствует.

# МАЯК

Маяки – это башни со световым сигналом в верхней части. Маяки помогают морским кораблям найти правильную траекторию движения ночью, когда они плывут близко к берегу.

Сигнал маяка передает световые вспышки согласно установленной схеме.

Приведенная ниже диаграмма отражает схему передачи световых вспышек определенного маяка. Световые вспышки чередуются с периодами темноты.



Эта схема циклична, то есть через некоторое время она начинает повторяться. Время, за которое проходит один полный цикл до начала его повторения, называется *период*. Если найти период схемы, можно с легкостью продолжить диаграмму на следующие секунды, минуты или даже часы.

## Вопрос 1: МАЯК

Какой из предложенных вариантов может быть периодом схемы данного маяка?

- A. 2 секунды.
- B. 3 секунды.
- C. 5 секунд.
- D. 12 секунд.

## МАЯК: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: С. 5 секунд.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: МАЯК

Сколько секунд продолжаются световые вспышки, переданные маяком за одну минуту?

- A. 4
- B. 12
- C. 20
- D. 24

### МАЯК: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

**Ответ принимается полностью**

Код 1: D. 24

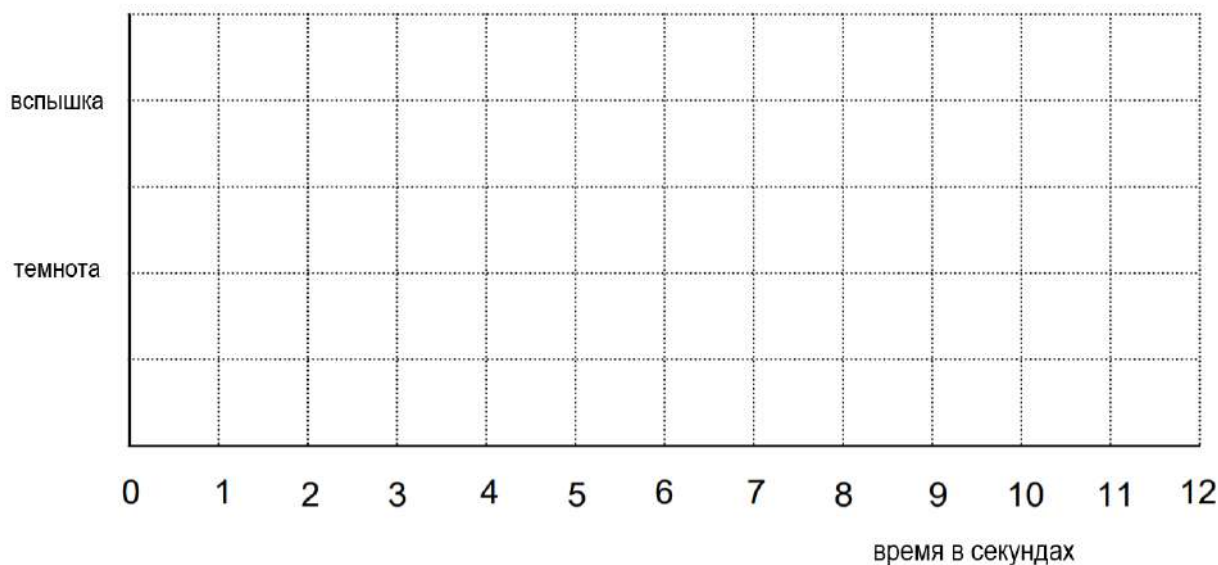
**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 3: МАЯК

На приведенном ниже поле изобразите график возможной схемы вспышек света маяка, который передает вспышки в течение 30 секунд за 1 минуту. Период такой схемы должен составлять 6 секунд.



### МАЯК: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

**Ответ принимается полностью**

Код 2: На графике изображена схема соотношения вспышек и темноты со вспышками, продолжающимися 3 секунды в течение каждого 6 секунд. Это может быть изображено с помощью одного из следующих примеров:

- одна секундная вспышка и одна 2-секундная вспышка, что может быть изображено несколькими способами, ИЛИ
- одна 3-секундная вспышка, которая может быть изображена четырьмя разными способами.

***Ответ принимается частично***

Код 1: На графике изображена схема соотношения вспышек и темноты со вспышками, продолжающимися 3 секунды в течение каждых 6 секунд, но период не равняется 6 секундам. Если на графике изображено 2 периода, схема должна быть идентичной для каждого периода.

- Три секундных вспышки, чередующихся с тремя секундными перерывами темноты.

***Ответ не принимается***

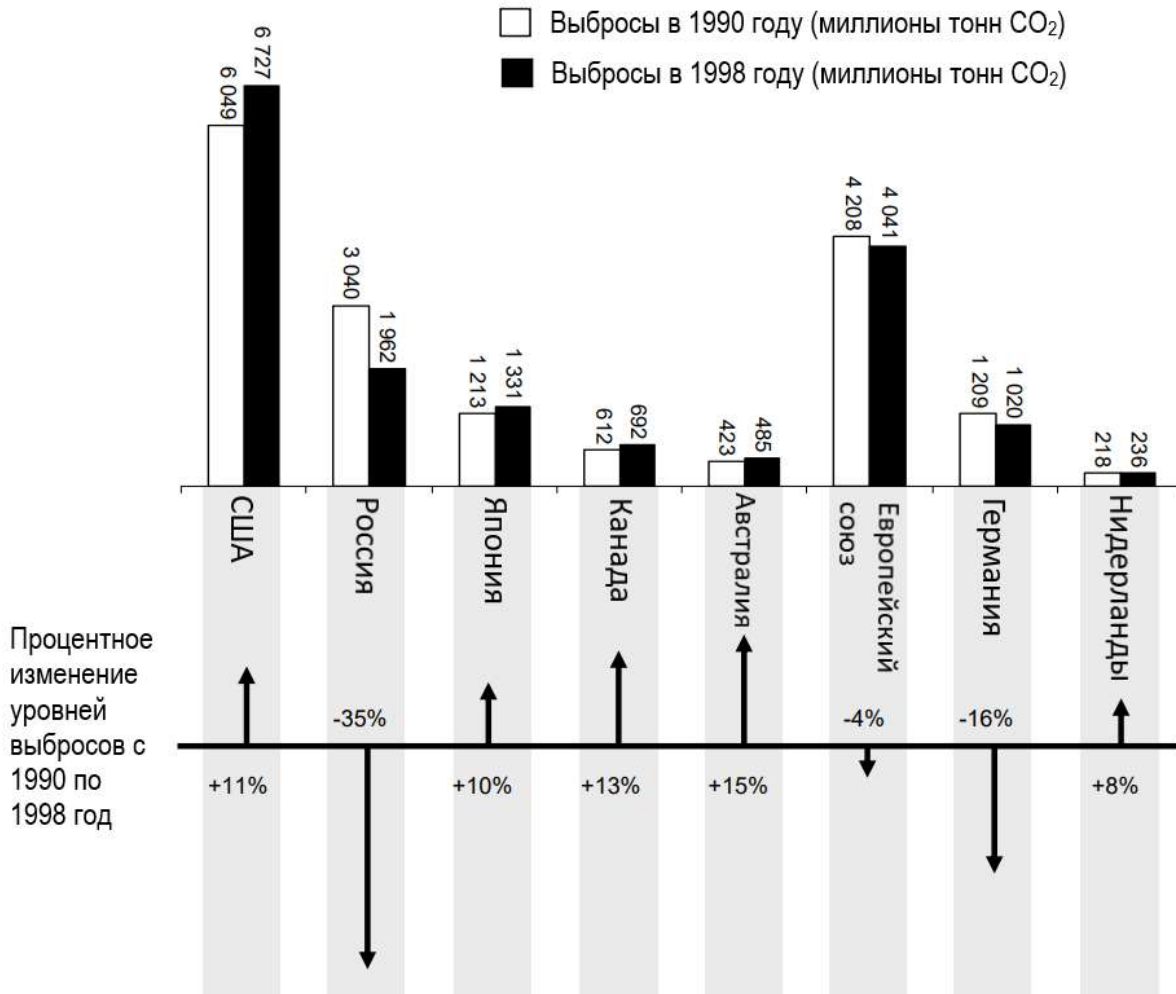
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# СНИЖЕНИЕ УРОВНЯ CO<sub>2</sub>

Многие ученые опасаются, что повышение уровня содержания углекислого газа в атмосфере является причиной изменения климата.

Приведенная ниже диаграмма демонстрирует уровень выбросов CO<sub>2</sub> в 1990 году (светлые столбцы) для нескольких стран (или регионов), уровень выбросов CO<sub>2</sub> в 1998 году (темные столбцы) и процентные изменения в уровнях выбросов с 1990 по 1998 год (стрелки с процентами).



## Вопрос 1: СНИЖЕНИЕ УРОВНЯ CO<sub>2</sub>

В диаграмме указано, что в США повышение уровня выбросов CO<sub>2</sub> с 1990 по 1998 год составило 11%.

Приведите расчеты, демонстрирующие, почему изменение в уровне выбросов составило 11%.

.....

.....

.....



## **СНИЖЕНИЕ УРОВНЯ CO<sub>2</sub>: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1**

### ***Ответ принимается полностью***

Код 2: Верное вычитание и верный подсчет процента.

- $6727 - 6049 = 678, \frac{678}{6049} \times 100\% \approx 11\%$ .

### ***Ответ принимается частично***

Код 1: Ошибка в вычитании и верный подсчет процента или верное вычитание и деление на 6727.

- $\frac{6049}{6727} \times 100\% = 89.9\%$  и  $100 - 89.9 = 10.1\%$ .

### ***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы, в том числе «Да» и «Нет».

- Да, оно составляет 11%.

Код 9: Ответ отсутствует.

## **Вопрос 2: СНИЖЕНИЕ УРОВНЯ CO<sub>2</sub>**

Мария проанализировала диаграмму и утверждает, что она обнаружила ошибку в процентном изменении уровня выбросов углекислого газа: «Снижение уровня выбросов в Германии (16%) больше, чем во всем Европейском союзе (4%). Это невозможно, поскольку Германия является частью ЕС.

Вы согласны с тем, что такая ситуация невозможна? Объясните свой ответ.

## **СНИЖЕНИЕ УРОВНЯ CO<sub>2</sub>: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

### ***Ответ принимается полностью***

Код 1: Дается ответ «Нет» с верной аргументацией.

- Нет, так как в других странах Европейского союза, например, в Нидерландах, уровень выбросов углекислого газа мог повыситься. Поэтому общее сокращение выбросов в ЕС может быть меньше, чем в Германии.

### ***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## **Вопрос 3: СНИЖЕНИЕ УРОВНЯ CO<sub>2</sub>**

Мария и Никита обсуждали, в какой стране (или регионе) наблюдалось самое большое увеличение выбросов углекислого газа.

Оба пришли к разным выводам, основываясь на диаграмме.

Приведите 2 возможных «верных» ответа на данный вопрос и объясните, как к ним можно прийти.

## **СНИЖЕНИЕ УРОВНЯ CO<sub>2</sub>: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

### ***Ответ принимается полностью***

Код 2: Ответ ссылается на 2 математических подхода (самое большое абсолютное увеличение и самое большое относительное увеличение), и правильными опциями называются США и Австралия.

- В США самое большое увеличение по миллионам тонн, а в Австралии – по проценту.

***Ответ принимается частично***

Код 1: Ответ ссылается на самое большое абсолютное увеличение и самое большое относительное увеличение, но страны не указаны или указаны неверные страны.

- В России самое большое повышение уровня выбросов углекислого газа (1078 тонн), но в Австралии самое большое увеличение по проценту (15%).

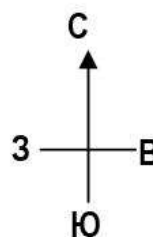
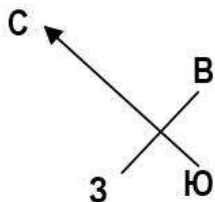
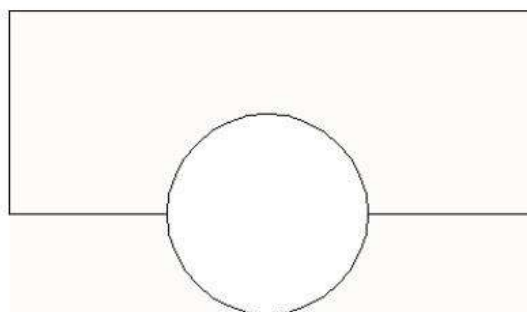
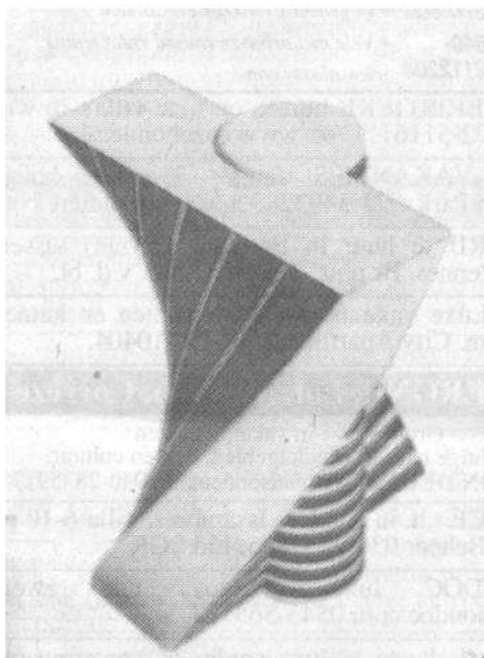
***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ЗАКРУЧЕННОЕ ЗДАНИЕ

Согласно современным архитектурным тенденциям, многие здания часто имеют необычную форму. На рисунке, представленном ниже, можно увидеть компьютерную модель «закрученного здания» и план первого этажа. Стрелки компаса указывают на ориентацию здания.



На первом этаже здания находится главный вход, и имеется пространство для магазинов. Над первым этажом располагаются еще 20 этажей с квартирами.

План каждого этажа похож на план первого этажа, но с немного другой ориентацией, отличающейся от предыдущего этажа. В цилиндре находятся лифтовая шахта и посадочные площадки лифта на каждом этаже.

## Вопрос 1: ЗАКРУЧЕННОЕ ЗДАНИЕ

Определите высоту здания в метрах. Объясните свое решение.

.....

.....

.....

.....

## ЗАКРУЧЕННОЕ ЗДАНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

### *Ответ принимается полностью*

Код 2: В ответе указана высота от 50 до 90 метров и приведено верное объяснение.

- Высота одного этажа здания составляет примерно 2,5 метра. Также между этажами есть немного пространства. Поэтому примерную высоту здания можно высчитать следующим образом:  $21 \times 3 = 63$  метра.
- Пусть высота каждого этажа составляет 4 метра. Тогда высота 20 этажей будет равняться 80 метрам, плюс 10 метров на первый этаж, поэтому высота здания составит 90 метров.

### *Ответ принимается частично*

Код 1: Правильные вычисления и объяснение, но рассчитана высота 20 этажей, а не 21.

- Высота каждого этажа может составлять 3.5 метра, поэтому высота 20 этажей составит 70 метров.

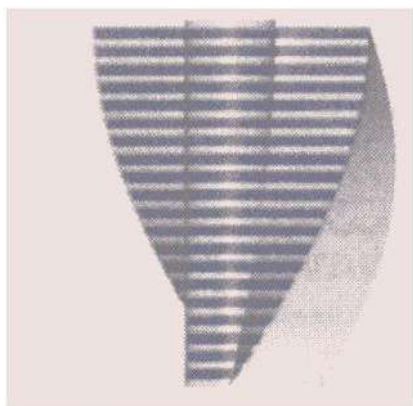
### *Ответ не принимается*

Код 0: Другие ответы, в том числе ответы без объяснения, ответы с другим неверным количеством этажей, а также ответы с неправдоподобной высотой этажей (самое большое значение – 4 метра).

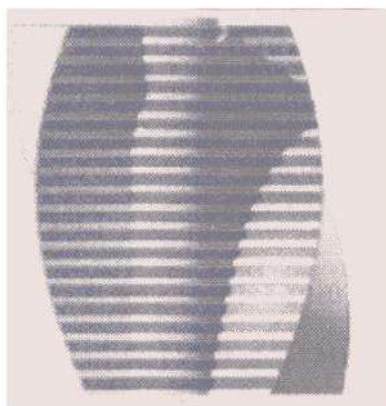
- Высота этажа составляет примерно 5 метров, поэтому  $5 \times 21 = 105$  метров.
- 60 метров.

Код 9: Ответ отсутствует.

На представленных ниже картинках вы можете видеть 2 вида на здание с разных точек обзора.



Вид 1



Вид 2

## Вопрос 2: ЗАКРУЧЕННОЕ ЗДАНИЕ

С какой точки был нарисован Вид 1?

- A. С Севера.
- B. С Запада.
- C. С Востока.
- D. С Юга.

## **ЗАКРУЧЕННОЕ ЗДАНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

***Ответ принимается полностью***

Код 1: С. С Востока.

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## **Вопрос 3: ЗАКРУЧЕННОЕ ЗДАНИЕ**

С какой точки был нарисован Вид 2?

A. С Северо-Запада.

B. С Северо-Востока.

C. С Юго-Запада.

D. С Юго-Востока.

## **ЗАКРУЧЕННОЕ ЗДАНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

***Ответ принимается полностью***

Код 1: D. С Юго-Востока.

***Ответ не принимается***

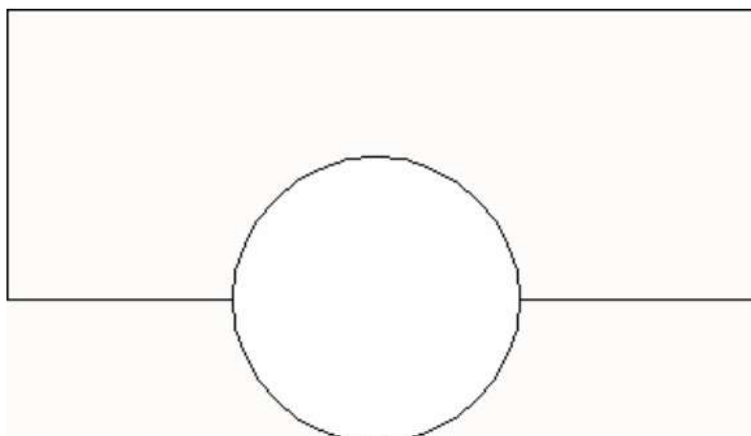
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## **Вопрос 4: ЗАКРУЧЕННОЕ ЗДАНИЕ**

Каждый этаж с квартирами немного повернут по сравнению с первым этажом. Верхний этаж (20 по счету над первым) находится под прямым углом к первому этажу.

На представленном ниже рисунке изображена схема первого этажа.

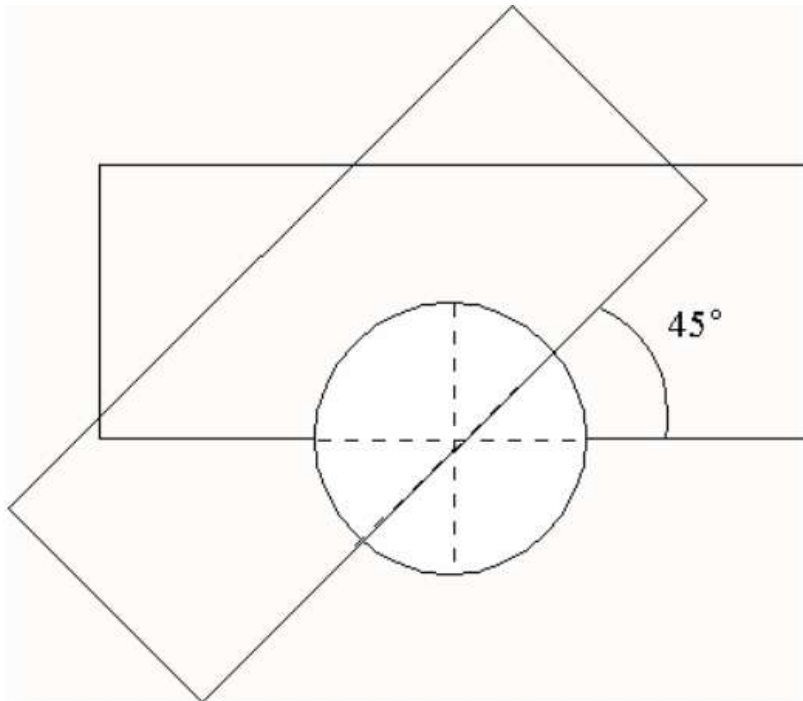


Нарисуйте на этой схеме план 10 этажа над первым, демонстрируя расположение 10 этажа относительно первого.

**ЗАКРУЧЕННОЕ ЗДАНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 4**

**Ответ принимается полностью**

Код 2: Верный рисунок с верной точкой поворота против часовой стрелки. Приемлемая величина угла – от  $40^\circ$  до  $50^\circ$ .



**Ответ принимается частично**

Код 1: Угол или точка или направление поворота изображены неверно.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# СЕРДЦЕБИЕНИЕ

В целях сохранения здоровья люди не должны допускать перенапряжения, например, во время занятий спортом, чтобы не превысить определенную частоту сердцебиения.

На протяжении многих лет зависимость между максимальной рекомендуемой частотой сердечных сокращений и возрастом человека выражалась следующей формулой:

$$\text{Рекомендуемая максимальная частота сердцебиения} = 220 - \text{возраст}$$

Последние исследования показали, что эту формулу следует немного изменить. Новая формула выглядит так:

$$\text{Рекомендуемая максимальная частота сердцебиения} = 208 - 0,7 \times \text{возраст}$$

## Вопрос 1: СЕРДЦЕБИЕНИЕ

В одной газетной статье утверждалось следующее: «Если использовать новую формулу вместо старой, то рекомендуемый максимум для молодых людей немного уменьшится, а для пожилых – немного увеличится».

Начиная с какого возраста рекомендуемый максимум увеличивается при использовании новой формулы? Продемонстрируйте, как вы пришли к данному ответу.

### СЕРДЦЕБИЕНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 41 или 40.

- Результат равенства  $220 - \text{возраст} = 208 - 0,7 \times \text{возраст}$  равняется 40, поэтому для людей старше 40 рекомендуемый максимум увеличится при использовании новой формулы.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: СЕРДЦЕБИЕНИЕ

Формула  $\text{Рекомендуемая максимальная частота сердцебиения} = 208 - 0,7 \times \text{возраст}$  также используется для того, чтобы определить, когда физические нагрузки наиболее эффективны. Исследования показали, что наибольшую эффективность физические нагрузки приобретают, когда частота сердцебиения составляет 80% от рекомендуемого максимума.

Запишите формулу для вычисления частоты сердцебиения для наиболее эффективных физических нагрузок, выраженную через возраст.

### СЕРДЦЕБИЕНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Любая формула, которая является эквивалентом умножения формулы для вычисления рекомендуемого максимума сердцебиения на 80%.

- Частота сердцебиения =  $166 - 0,56 \times \text{возраст}$ .
- Частота сердцебиения =  $166 - 0,6 \times \text{возраст}$ .
- $Ч = 166 - 0,56 \times \text{в}$ .

- $Ч = 166 - 0,6 \times в.$
- Частота сердцебиения =  $(208 - 0,7 \times \text{возраст}) \times 0,8.$

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.



# КОСМИЧЕСКИЙ ПОЛЕТ

Космическая станция «Мир» находилась на орбите 15 лет и сделала за это время 86 500 витков вокруг Земли.

Самое продолжительное пребывание космонавта на станции «Мир» составило около 680 дней.

## Вопрос 1: КОСМИЧЕСКИЙ ПОЛЕТ

Приблизительно сколько витков вокруг Земли совершил данный космонавт?

- A. 110
- B. 1 100
- C. 11 000
- D. 110 000

## КОСМИЧЕСКИЙ ПОЛЕТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: С. 11 000.

**Ответ не принимается**

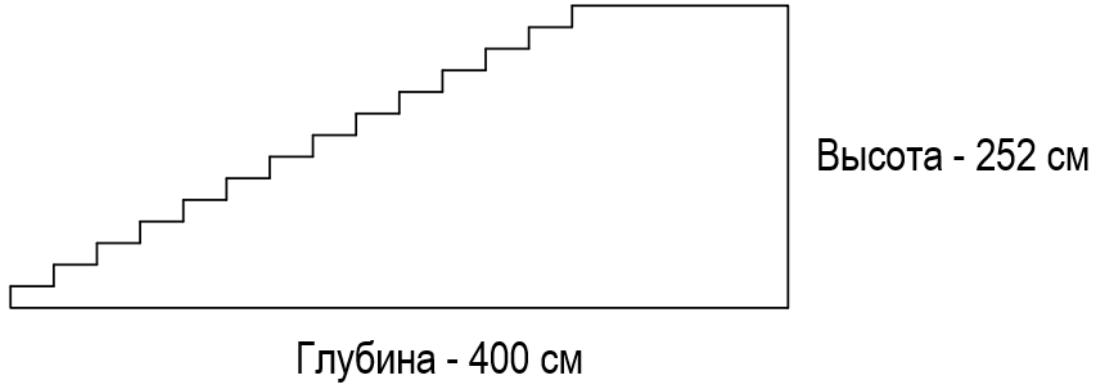
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ЛЕСТНИЦА

## Вопрос 1: ЛЕСТНИЦА

На рисунке, представленном ниже, изображена лестница с 14 ступеньками и высотой 252 см:



Какова высота каждой из 14 ступенек?

Высота: ..... см.

## ЛЕСТНИЦА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 18.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# РОК-КОНЦЕРТ

## Вопрос 1: РОК-КОНЦЕРТ

На рок-концерте для аудитории было выделено прямоугольное поле размером 100 м на 50 м. Все билеты на концерт были проданы, и поле было заполнено. Все зрители стояли.

Какой из предложенных ответов соответствует наиболее правдоподобию количеству посетителей концерта?

- A. 2 000
- B. 5 000
- C. 20 000
- D. 50 000
- E. 100 000

## РОК-КОНЦЕРТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Создание модели представленной ситуации.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: С. 20 000.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ИГРАЛЬНЫЕ КУБИКИ

## Вопрос 1: ИГРАЛЬНЫЕ КУБИКИ

Справа вы можете видеть изображение двух игральных кубиков.

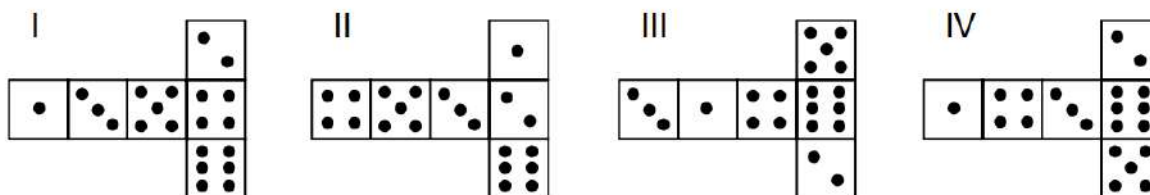


Для игральных кубиков существует следующее правило:

*Сумма точек на двух противоположных гранях кубика всегда равняется 7.*

Простой игровой кубик можно сделать разными способами, которые включают в себя разрезание, складывание и склеивание картона. На приведенной ниже картинке изображены 4 варианта развертки с точками, которые могут быть использованы для изготовления кубиков.

Из какой развертки можно сложить кубик, который соответствовал бы правилу, согласно которому сумма точек на двух противоположных гранях кубика составляет 7? Для каждой развертки обведите «Да» или «Нет» в приведенной ниже таблице.



Развёртка	Подчиняется правилу о том, что сумма точек на противоположных гранях равняется 7?
I	Да / Нет
II	Да / Нет
III	Да / Нет
IV	Да / Нет

## ИГРАЛЬНЫЕ КУБИКИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Четыре правильных ответа в следующей последовательности: Нет, Да, Да, Нет.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ПОДДЕРЖКА ПРЕЗИДЕНТА

## Вопрос 1: ПОДДЕРЖКА ПРЕЗИДЕНТА

Перед президентскими выборами в Зедландии были проведены опросы общественного мнения с целью выявить степень поддержки Президента среди населения страны. 4 газетных издания провели отдельные национальные опросы. Результаты четырех опросов приведены ниже:

Газета 1: 36,5% (опрос проведен 6 января с выборкой в 500 случайно отобранных граждан с правом голоса).

Газета 2: 41,0% (опрос проведен 20 января с выборкой в 500 случайно отобранных граждан с правом голоса).

Газета 3: 39,0% (опрос проведен 20 января с выборкой в 1000 случайно отобранных граждан с правом голоса).

Газета 4: 44,5% (опрос проведен 20 января при участии 1000 читателей, позвонившихся для голосования).

Опрос какой газеты можно считать наиболее точным для предсказания степени поддержки Президента, если выборы состоятся 25 января? Приведите 2 причины для обоснования своего ответа.

## ПОДДЕРЖКА ПРЕЗИДЕНТА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

### *Ответ принимается полностью*

Код 2: Газета 3, так как ее опрос более новый, с большей случайно отобранной выборкой, а также для него были опрошены только граждане с правом голоса (приведены как минимум 2 причины). Дополнительная информация (в том числе не относящаяся к вопросу и неверная) может игнорироваться.

- Газета 3, так как они случайным образом отобрали больше граждан с правом голоса.
- Газета 3, потому что они случайно отобрали людей, опросили тысячу человек, и дата проведения опроса ближе ко дню выборов, поэтому у избирателей будет меньше времени, чтобы изменить свое мнение.
- Газета 3, потому что люди были выбраны случайно, и у них есть право голоса.
- Газета 3, потому что они опросили больше людей ближе ко дню выборов.
- Газета 3, потому что они отобрали 1000 людей случайным образом.

### *Ответ принимается частично*

Код 1: Дан ответ «Газета 3», но приводится только одна причина или объяснение отсутствует.

- Газета 3, потому что опрос ближе ко дню выборов.
- Газета 3, потому что было опрошено больше людей, чем у Газеты 1 и 2.
- Газета 3.

### *Ответ не принимается*

Код 0: Другие ответы.

- Газета 4, потому что они опросили больше людей, а это значит, что их результаты более точные. Кроме того, если люди звонили, то они лучше обдумали свое решение.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ПАССАЖИРСКИЕ КОНВЕЙЕРЫ

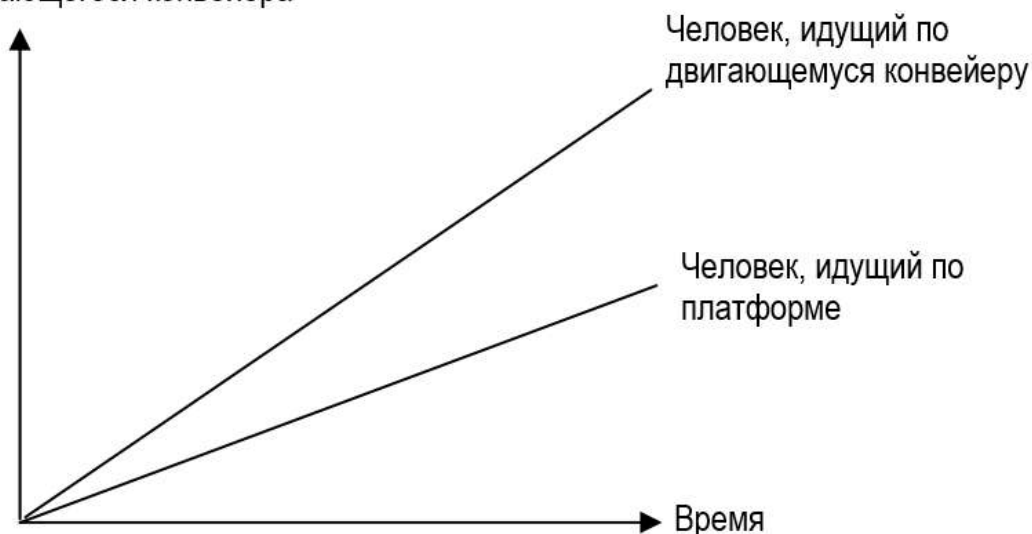
## Вопрос 1: ПАССАЖИРСКИЕ КОНВЕЙЕРЫ

Справа вы можете увидеть фотографию пассажирских конвейеров.

График Расстояние – Время, расположенный ниже, демонстрирует разницу между человеком, идущим по движущемуся конвейеру и человеком, идущим по платформе рядом с движущимся конвейером.



Расстояние от начала движущегося конвейера

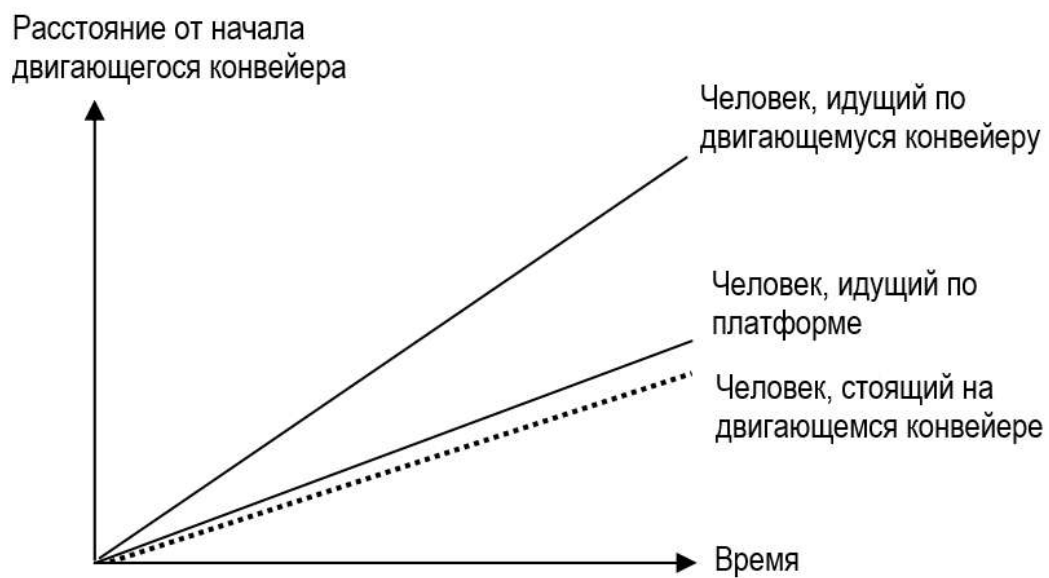


Допустив, что для графика, приведенного выше, скорость ходьбы примерно одинакова для обоих человек, проведите на графике линию, которая демонстрировала бы отношение между расстоянием и временем для человека, который стоит на передвигающемся пассажирском конвейере.

## ПАССАЖИРСКИЕ КОНВЕЙЕРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Линия изображена ниже первых двух. Она должна быть ближе к линии «Человек, идущий по платформе», чем к горизонтальной оси графика.



**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ЛУЧШАЯ МАШИНА

Журнал о машинах, ссылаясь на рейтинговую систему для оценки новых машин, вручает награду «Машина Года» машине, набравшей самое большое количество баллов. В таблице, расположенной ниже, отражены оценки 5 новых машин

Машина	Система безопасности (Б)	Топливная эффективность (Т)	Внешний вид (В)	Внутреннее оборудование (О)
Ка	3	1	2	3
М2	2	2	2	2
Сп	3	1	3	2
Н1	1	3	3	3
КК	3	2	3	2

Оценки соответствуют следующим формулировкам:

3 балла = Превосходно

2 балла = Хорошо

1 балл = Удовлетворительно

## Вопрос 1: ЛУЧШАЯ МАШИНА

Для подсчета итоговой оценки машины журнал использует следующую формулу, в которой используются все критерии оценки:

$$\text{Итоговая оценка} = 3 \times \text{Б} + \text{Т} + \text{В} + \text{О}$$

Вычислите итоговую оценку машины «Ка». Запишите ваш ответ ниже.

Итоговая оценка машины «Ка»: .....

## ЛУЧШАЯ МАШИНА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 15.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ЛУЧШАЯ МАШИНА



Производитель машины «Ка» считает, что формула для подсчета итоговой оценки несправедлива.

Запишите формулу для вычисления итоговой оценки таким образом, чтобы машина «Ка» стала победителем.

В формулу должны быть включены все 4 критерия оценки. Заполните 4 пропуска в формуле, представленной ниже, положительными числами.

Итоговая оценка = ..... х Б + ..... х Т + ..... х В + ..... х О

## **ЛУЧШАЯ МАШИНА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

### ***Ответ принимается полностью***

Код 1: Правильная формула, использование которой позволило бы машине «Ка» победить.

### ***Ответ не принимается***

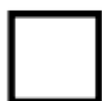
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

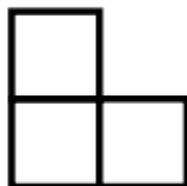
# СТУПЕНЧАТАЯ МОДЕЛЬ

## Вопрос 1: СТУПЕНЧАТАЯ МОДЕЛЬ

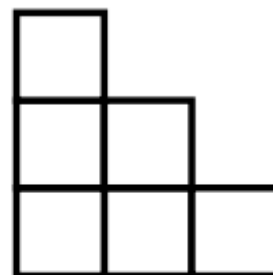
Степан строит ступенчатую модель из квадратов. Ниже приведены этапы построения.



Этап 1



Этап 2



Этап 3

Как видно на рисунке, Степан использует 1 квадрат на первом этапе, 3 на втором и 6 на третьем.

Сколько квадратов ему нужно будет использовать на четвертом этапе?

Ответ: ..... квадратов.

### СТУПЕНЧАТАЯ МОДЕЛЬ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 10.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

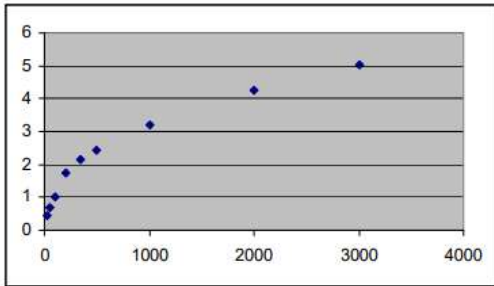
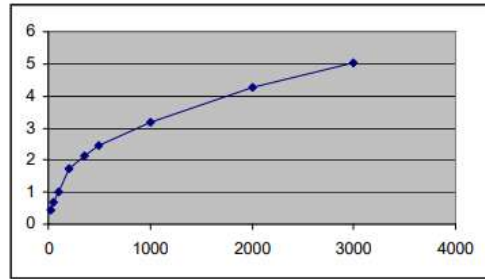
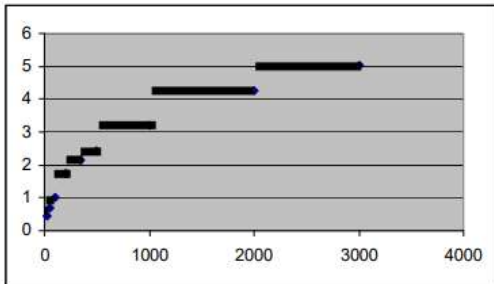
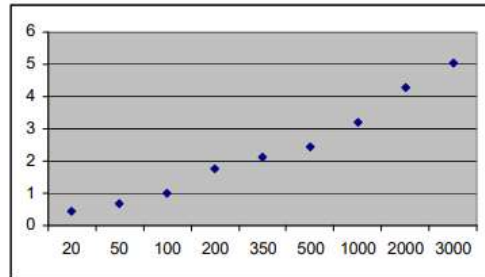
# ПОЧТОВЫЕ СБОРЫ

Почтовые сборы в Зедландии зависят от веса предметов (с точностью до грамма) в соответствии с таблицей, расположенной ниже:

Вес (с точностью до грамма)	Цена
До 20 г	0,46 зеда
21 – 50 г	0,69 зеда
51 – 100 г	1,02 зеда
101 – 200 г	1,75 зеда
201 – 350 г	2,13 зеда
351 – 500 г	2,44 зеда
501 – 1000 г	3,20 зеда
1001 – 2000 г	4,27 зеда
2001 – 3000 г	5,03 зеда

## Вопрос 1: ПОЧТОВЫЕ СБОРЫ

Какой из представленных графиков лучше всего иллюстрирует почтовые сборы в Зедландии? Горизонтальная ось представляет вес в граммах, а вертикальная – цену в зедах.

**A****B****C****D****ПОЧТОВЫЕ СБОРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1****Ответ принимается полностью**

Код 1: График С.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

**Вопрос 2: ПОЧТОВЫЕ СБОРЫ**

Яна хочет отправить подруге 2 предмета, один из которых весит 40 грамм, а другой – 80.

Учитывая почтовые сборы в Зедландии, определите, будет ли дешевле отправить оба предмета одной посылкой или отправить их по отдельности. Приведите свои вычисления в обоих случаях.

**ПОЧТОВЫЕ СБОРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2****Ответ принимается полностью**

Код 1: Дешевле будет отправить предметы по отдельности. За 2 посылки нужно будет заплатить 1,71 зеда, а за одну посылку с обоими предметами – 1,75 зеда.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# СОУС

Вы делаете свою собственную заправку для салата.

Вот рецепт на 100 миллилитров (мл) заправки.

Салатное масло	60 мл
Уксус	30 мл
Соевый соус	10 мл

## Вопрос 1: СОУС

Сколько миллилитров (мл) салатного масла понадобится, чтобы сделать 150 мл этой заправки?

Ответ: ..... мл

### СОУС: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Применить пропорцию в бытовой ситуации для вычисления объема ингредиента.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 90.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

- В 1,5 раза больше. [Требуется вычислить необходимое количество.]

Код 9: Ответ отсутствует.

# СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ

Внутривенные капельные вливания используются для введения жидкости и лекарств пациентам.

Для осуществления вливания медицинским сестрам нужно вычислять скорость падения капель ( $D$ ), в каплях в минуту.

Они используют формулу  $D = \frac{k \cdot V}{60n}$ , где

$k$  – показатель «число капель в единице объема», который измеряется в каплях в миллилитре (мл),

$V$  – объем вливания (в мл),

$n$  – время (в часах), за которое требуется сделать вливание.



## Вопрос 1: СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ

Медицинская сестра хочет увеличить вдвое время вливания.

Приведите точное описание того, как изменится значение  $D$ , если  $n$  **увеличить в два раза**, а  $k$  и  $V$  оставить без изменения.

## СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Объяснить, что произойдет, если одна величина в формуле увеличится в два раза, а другие останутся без изменения.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Применять

### Ответ принимается полностью

Код 2: В объяснении описаны и направление, и величина изменения.

- Оно разделится пополам.
- Оно составит половину.
- $D$  будет на 50% меньше.
- $D$  будет в два раза меньше.

### Ответ принимается частично

Код 1: Ответ, в котором правильно описано либо направление, либо величина изменения, но не оба.

- $D$  станет меньше. [*Не говорится о величине изменения.*]
- Будет изменение на 50%. [*Не говорится о направлении изменения.*]
- $D$  будет на 50% больше. [*Верная величина изменения, но неверное направление изменения.*]

### Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ

Медицинским сестрам также нужно вычислять объем вливания ( $V$ ), используя скорость падения капель  $D$ .

Вливание со скоростью 50 капель в минуту надо сделать пациенту за 3 часа. Показатель «число капель в единице объема» для данного вливания равен 25 каплям в миллилитре.

Чему равен объем вливания в миллилитрах?

Объем вливания: ..... мл.

### СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Преобразовать уравнение и заменить две приведенные величины.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Применять

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: 360 или приведены верное преобразование формулы и подстановка значений.

- 360
- $(60 \times 3 \times 50) : 25$  [верное преобразование и подстановка]

#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# РОСТ ДЕВОЧЕК

В классе 25 девочек. Их средний рост равен 130 см.

## Вопрос 1: РОСТ ДЕВОЧЕК

Объясните, как подсчитать средний рост девочек.

### РОСТ ДЕВОЧЕК: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Применить алгоритм подсчета среднего значения набора данных.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: Объяснения, в которых говорится о том, что нужно суммировать рост всех девочек и разделить на 25.

- Нужно сложить рост всех девочек и разделить на их количество.
- Возьмите рост всех девочек, сложите и разделите на количество девочек, что в данном случае равно 25.
- Сумма роста всех девочек в этом классе, разделенная на число девочек.

#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: РОСТ ДЕВОЧЕК

Обведите «Верно» или «Неверно» для каждого из следующих утверждений.

Утверждение	Верно или Неверно
Если в классе есть девочка ростом 132 см, то обязательно должна быть девочка ростом 128 см.	Верно / Неверно
У большинства девочек рост должен быть 130 см.	Верно / Неверно
Если выстроить девочек по росту, начиная с самой маленькой и кончая самой высокой, то прямо посередине должна стоять девочка ростом 130 см.	Верно / Неверно
Половина девочек в классе должна быть выше 130 см, а другая половина должна быть ниже 130 см.	Верно / Неверно

### РОСТ ДЕВОЧЕК: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретация понятия среднего роста.



Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Неверно, Неверно, Неверно, Неверно.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 3: РОСТ ДЕВОЧЕК**

Оказалось, что рост одной из девочек был указан неверно. Ее рост вместо 145 см должен быть 120 см. Найдите правильное значение среднего роста девочек в этом классе.

A. 126 см

B. 127 см

C. 128 см

D. 129 см

E. 144 см

### **РОСТ ДЕВОЧЕК: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Создать модель решения на основе алгоритма подсчета среднего значения набора данных.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: D. 129 см.

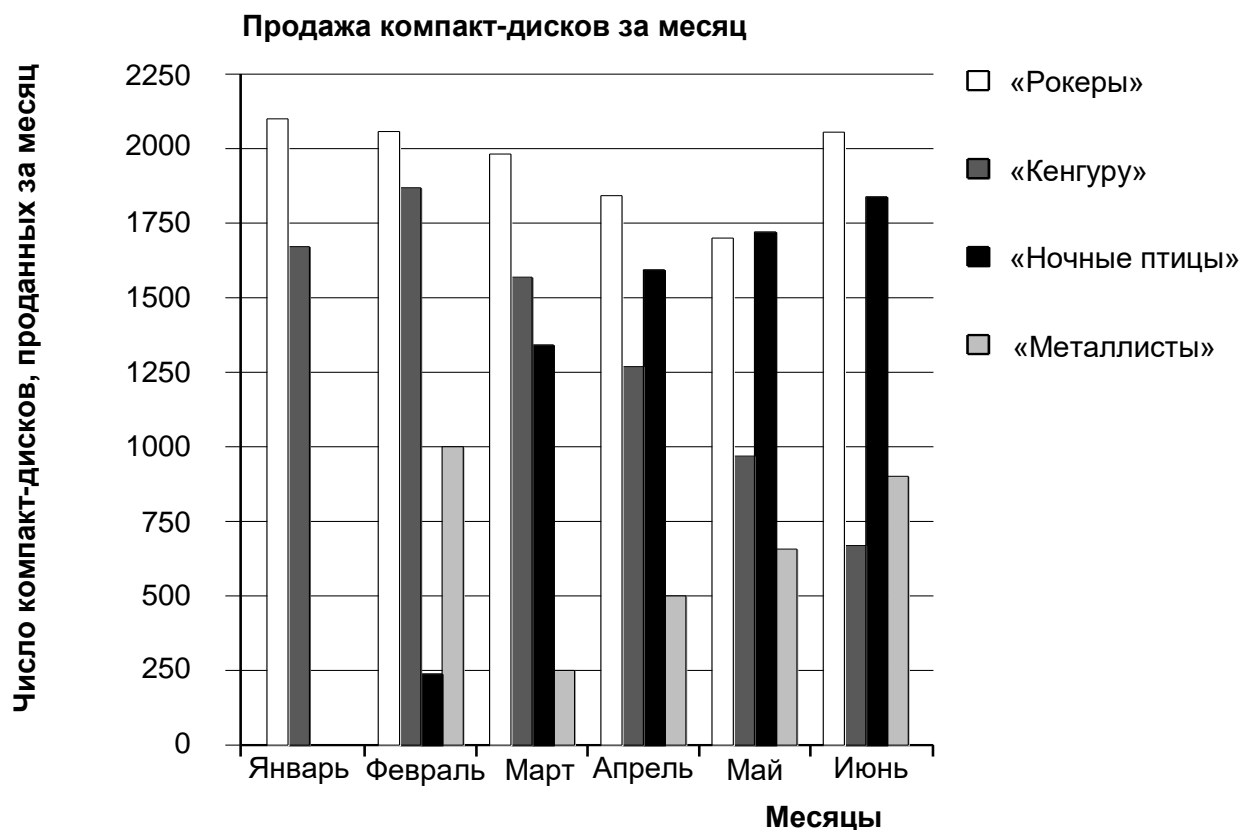
**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



## Вопрос 1: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

Сколько компакт-дисков музыкальная группа «Металлисты» продала в апреле?

- A. 250.
- B. 500.
- C. 1000.
- D. 1270.

## ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Изучить столбчатую диаграмму.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: B. 500.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

**Вопрос 2: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ**

В каком месяце музыкальная группа «*Ночные птицы*» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «*Кенгуру*»?

A. Не было такого месяца.

B. Март.

C. Апрель.

D. Май.

**ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Изучить столбчатую диаграмму и сравнить высоту двух столбцов.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: C. Апрель.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

**Вопрос 3: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ**

Менеджер группы «*Кенгуру*» обеспокоен тем, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь.

Каков прогноз объема продаж в июле, если продолжится такая же отрицательная тенденция?

A. 70 компакт-дисков.

B. 370 компакт-дисков.

C. 670 компакт-дисков.

D. 1340 компакт-дисков.

**ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретировать столбчатую диаграмму и спрогнозировать будущий объем продаж компакт-дисков с учетом сохранения тенденции.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Применять

***Ответ принимается полностью***

Код 1: В. 370 компакт-дисков.

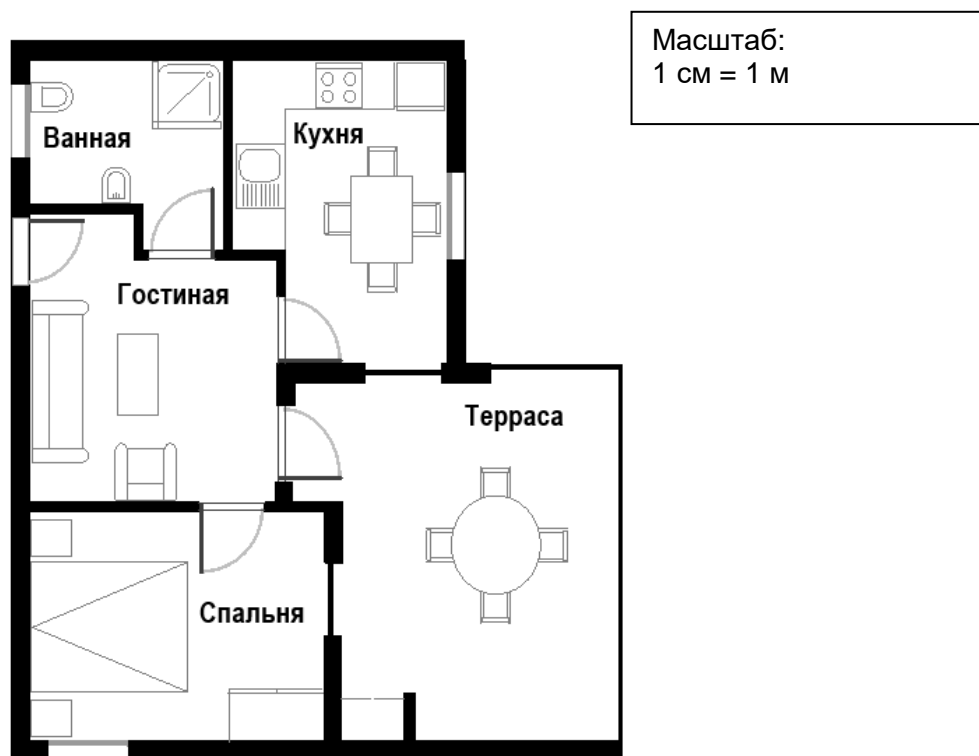
***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ПОКУПКА КВАРТИРЫ

Это план квартиры, которую родители Гриши хотят купить в агентстве недвижимости.



## Вопрос 1: ПОКУПКА КВАРТИРЫ

Для оценки общей площади пола в квартире (включая террасу и стены) вы можете измерить размеры каждой комнаты, вычислить площадь каждой из них и сложить их.

Однако есть более эффективный метод, при котором для оценки общей площади пола вам нужно измерить только 4 отрезка. Укажите на данном плане четыре отрезка, которые нужны, чтобы оценить общую площадь пола в квартире.

## ПОКУПКА КВАРТИРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Использовать пространственное мышление для изображения на плане (или каким-либо другим способом) минимального количества отрезков, необходимых для вычисления площади пола.

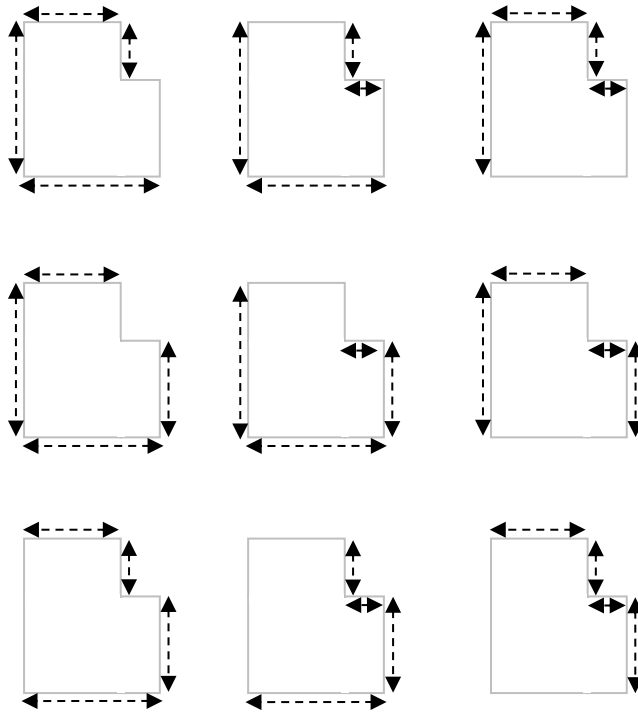
Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Один из нижеприведенных способов решения.



**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ

Марина отправилась покататься на машине. Во время поездки дорогу перед машиной перебежала кошка. Марина резко нажала на тормоз и сумела объехать кошку. Она была так взволнована этим происшествием, что решила вернуться домой.



На приведенном ниже графике представлена скорость машины во время поездки.

## Вопрос 1: ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ

Который был час, когда Марина нажала на тормоз, чтобы не переехать кошку?

Ответ: .....

## ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

*Ответ принимается полностью*

Код 1: 9.06 ИЛИ 6 минут десятого.

*Ответ не принимается*

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ

Сравните расстояние, которое проехала Марина, возвращаясь домой, с расстоянием, которое она проехала от дома до того места, где случилось происшествие с кошкой. Какое из них короче? Ответ объясните, используя информацию, представленную на графике.

## ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретация графика скорости и понимание зависимости пройденного расстояния от скорости и времени движения.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: В ответе говорится, что путь домой был короче, и дано соответствующее объяснение. Объяснение связано как с тем, что средняя скорость была меньше, так и с тем, что на обратный путь ушло примерно такое же время, или приведены подобные аргументы. Следует иметь в виду, что аргументы, основанные на меньшей площади под графиком скорости на обратном пути, также можно принимать полностью.

- Первая часть расстояния была больше, чем обратный путь, на который ушло столько же времени, но на первой части пути она ехала намного быстрее, чем на второй.
- Путь Марины домой был короче, потому что на него ушло чуть меньше времени, а ехала она медленнее.
- По графику видно, что скорость от начала движения до остановки намного больше, чем на обратном пути, а время на этих двух отрезках пути примерно одинаковое. Значит, расстояние, пройденное от начала пути до остановки, должно быть значительно больше, чем обратный путь.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.



## ПОДЪЕМ НА ГОРУ ФУДЗИ

Гора Фудзи – знаменитый бездействующий вулкан в Японии.

### Вопрос 1: ПОДЪЕМ НА ГОРУ ФУДЗИ

Гора Фудзи ежегодно открыта для подъема людей только с 1 июля по 27 августа включительно. В течение этого времени на гору Фудзи поднимаются около 200 000 людей.

Сколько примерно в среднем людей поднимаются на гору Фудзи каждый день?

- A. 340
- B. 710
- C. 3400
- D. 7100
- E. 7400



### ПОДЪЕМ НА ГОРУ ФУДЗИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Определить среднее ежедневное количество людей с учетом общего количества и приведенного периода.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: С. 3400

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### Вопрос 2: ПОДЪЕМ НА ГОРУ ФУДЗИ

Пешеходная тропа Готемба на гору Фудзи имеет длину около 9 километров.

Пешеходам нужно вернуться после 18 км прогулки к 20 часам.

Тоши прикинул, что он может подняться на гору со средней скоростью 1,5 км/ч и спуститься со скоростью в два раза больше этой. При движении с этими скоростями остается время на то, чтобы поесть и отдохнуть.

Используя скорости, установленные Тоши, определите самое позднее время, когда Тоши может начать свой подъем, чтобы он мог вернуться к 20 часам.

Ответ: .....

## ПОДЪЕМ НА ГОРУ ФУДЗИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

### ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Вычислить время начала подъема с учетом двух скоростей, общей протяженности пути и времени окончания.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Формулировать

### **Ответ принимается полностью**

Код 1: 11 (ч) [Единицы измерения могут быть указаны или не указаны. Допускается и такая запись времени – 11:00.]

### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 3: ПОДЪЕМ НА ГОРУ ФУДЗИ

Тоши надел шагомер для подсчета своих шагов во время ходьбы по тропе Готемба. Его шагомер показал, что он сделал 22 500 шагов по дороге наверх.

Оцените среднюю длину шага у Тоши, пока он шел 9 км вверх по тропе Готемба. Дайте ответ в сантиметрах (см).

Ответ: ..... см.

## ПОДЪЕМ НА ГОРУ ФУДЗИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

### ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Разделить расстояние в километрах на определенное количество шагов и выразить результат в сантиметрах.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Применять

### **Ответ принимается полностью**

Код 1: 40.

### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## КАКАЯ МАШИНА?

Кристина только что получила водительские права и хочет купить себе первую машину.

В приведенной ниже таблице указаны сведения о четырех машинах, которые она нашла у местного продавца подержанных машин.



Модель:	Альфа	Бета	Гамма	Дельта
Год	2003	2000	2001	1999
Заявленная цена (зеды)	4800	4450	4250	3990
Пройденное расстояние (километры)	105 000	115 000	128 000	109 000
Объем двигателя (литры)	1,79	1,796	1,82	1,783

### Вопрос 1: КАКАЯ МАШИНА?

Кристина хочет машину, которая отвечает **всем** следующим условиям:

- Пройденное расстояние **не** больше, чем 120 000 километров.
- Сделана в 2000 году или позже.
- Заявленная цена **не** выше, чем 4500 зед.

Какая машина отвечает условиям Кристины?

- A. Альфа.
- B. Бета.
- C. Гамма.
- D. Дельта.

### КАКАЯ МАШИНА?: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Выбрать вариант, который отвечает четырем числовым условиям / утверждениям в финансовом контексте.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: В. Бета.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

**Вопрос 2: КАКАЯ МАШИНА?**

У какой машины наименьший объем двигателя?

A. Альфа.

B. Бета.

C. Гамма.

D. Дельта.

**КАКАЯ МАШИНА?: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Выбрать самую маленькую десятичную дробь из четырех в контексте.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: D. Дельта.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

**Вопрос 3: КАКАЯ МАШИНА?**

Кристине придется заплатить дополнительно 2,5% от заявленной цены машины в качестве налога.

Сколько зед составляет дополнительный налог на машину Альфа?

Дополнительный налог: ..... зед.

**КАКАЯ МАШИНА?: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Вычислить 2,5% цены машины, которые составляют налог.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Применять

***Ответ принимается полностью***

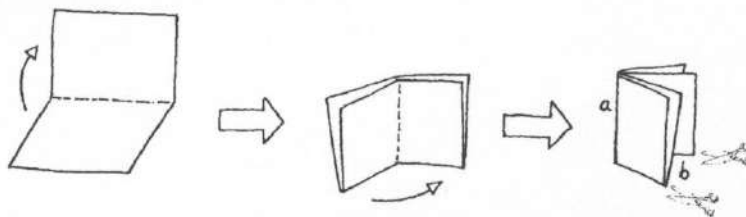
Код 1: 120.

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ИЗГОТОВЛЕНИЕ БРОШЮРЫ



На рисунке, представленном выше, показано, как сделать небольшую брошюру. Необходимые указания даны ниже:

- возьмите лист бумаги и сложите его два раза пополам;
- скрепите по краю *a*;
- разрежьте по двум нижним краям, обозначенным *b*.

В результате получится небольшая брошюра из восьми страниц.

На рисунке, расположенном ниже, показана одна сторона листа бумаги, из которого сделали такую брошюру. Номера страниц были написаны на листе заранее. Жирная линия показывает, где надо разрезать сложенный лист бумаги.

<u>2</u>	<u>7</u>
<u>3</u>	<u>9</u>

## Вопрос 1: ИЗГОТОВЛЕНИЕ БРОШЮРЫ

На следующем рисунке запишите номера 1, 4, 5 и 8 в соответствующих рамках, чтобы показать номера страниц, которые находятся на обратной стороне страниц: 2, 3, 6 и 7.

<u>2</u>	<u>7</u>
<u>3</u>	<u>9</u>

## ИЗГОТОВЛЕНИЕ БРОШЮРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

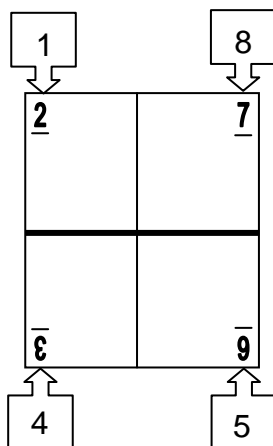
Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Номера страниц размещены правильно на соответствующих местах (не учитывайте ориентацию записанных номеров):



**Ответ не принимается**

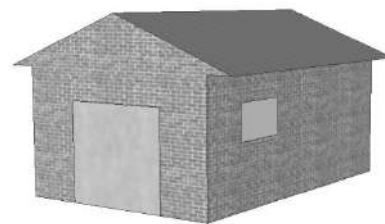
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ГАРАЖ

«Базовый» ассортимент производителя гаражей включает в себя модели только с одним окном и одной дверью.

Дима выбрал следующую модель из «базового» ассортимента. Расположение на ней окна и двери показано справа.

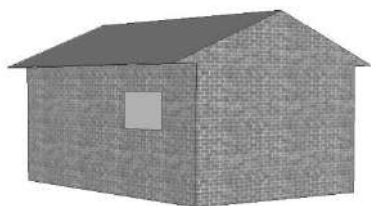


## Вопрос 1: ГАРАЖ

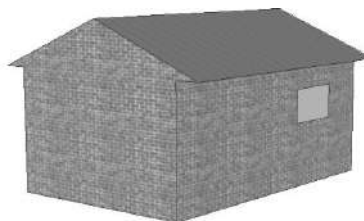
На приведенных ниже рисунках показано, как «основные» модели выглядят сзади. Только один из этих рисунков соответствует модели, выбранной Димой.

Какую модель выбрал Дима? Обведите А, В, С или D.

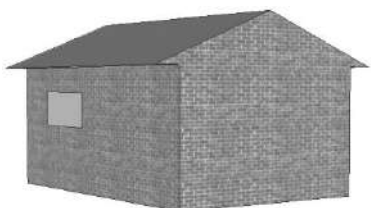
**A**



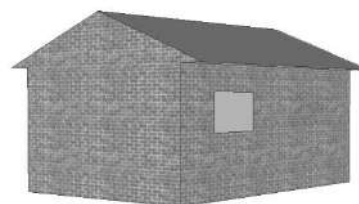
**B**



**C**



**D**



## ГАРАЖ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Использовать пространственные способности для соотнесения двух трехмерных моделей.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: С

**Ответ не принимается**

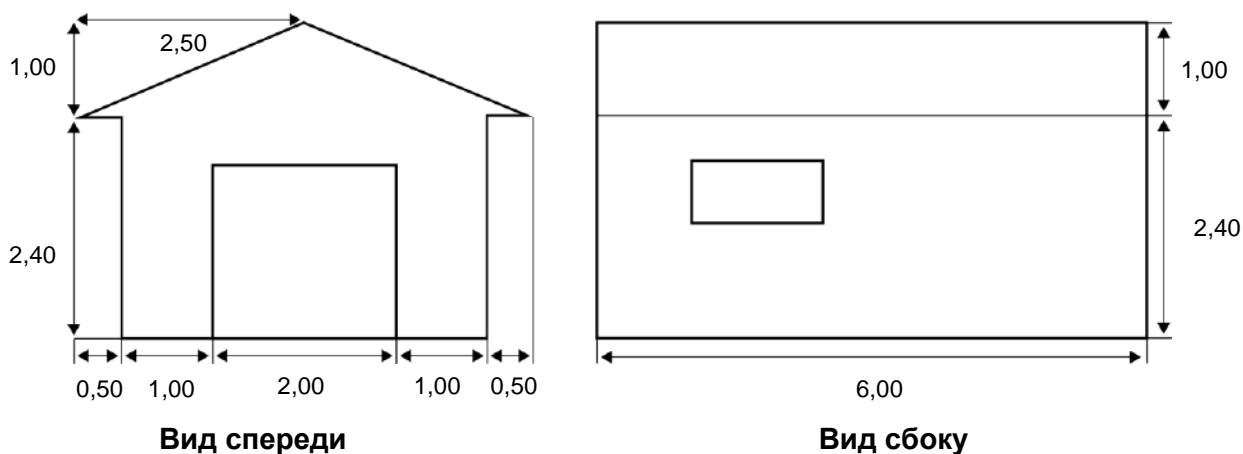
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.



## Вопрос 2: ГАРАЖ

На двух приведенных ниже планах показаны размеры (в метрах) гаража, выбранного Димой.



Крыша сделана из двух одинаковых прямоугольных секций.

Вычислите площадь **всей** крыши. Приведите решение.

.....  
.....

## ГАРАЖ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретировать план и вычислить площадь треугольника, используя теорему Пифагора или измерения.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Применять

### Ответ принимается полностью

Код 21: Любые значения от 31 до 33 с приведенными верными вычислениями или без них.

*[Не требуется приводить единицы измерения ( $m^2$ )].*

- $AB = \sqrt{2,5^2 + 1^2} = \sqrt{7,25}$ ;  $S = 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{7,25} \approx 32,31 (\tilde{m}^2)$
- $12 \cdot 2,6 = 31,2$
- $12 \cdot \sqrt{7,25} \text{ м}^2$
- $12 \cdot 2,69 = 32,28 \text{ м}^2$
- $12 \cdot 2,7 = 32,4 \text{ м}^2$

### Ответ принимается частично

Код 11: Решение показывает верное использование теоремы Пифагора, но в нем сделана вычислительная ошибка или использована неверная длина или полученная площадь не удвоена.

- $2,5^2 + 1^2 = 6$ ;  $12 \cdot \sqrt{6} = 29,39$  [Верно использована теорема Пифагора, но сделана вычислительная ошибка].
- $2^2 + 1^2 = 5$ ;  $2 \cdot 6 \cdot \sqrt{5} = 26,8 \text{ м}^2$  [Использована неверная длина].
- $6 \cdot 2,6 = 15,6$  [Не удвоена площадь крыши].

Код 12: В решении не применялась теорема Пифагора, но в нем использовано разумное значение для ширины крыши (например, любое значение от 2,6 до 3) и последующие вычисления верны.

- $2,75 \cdot 12 = 33$
- $3 \cdot 6 \cdot 2 = 36$

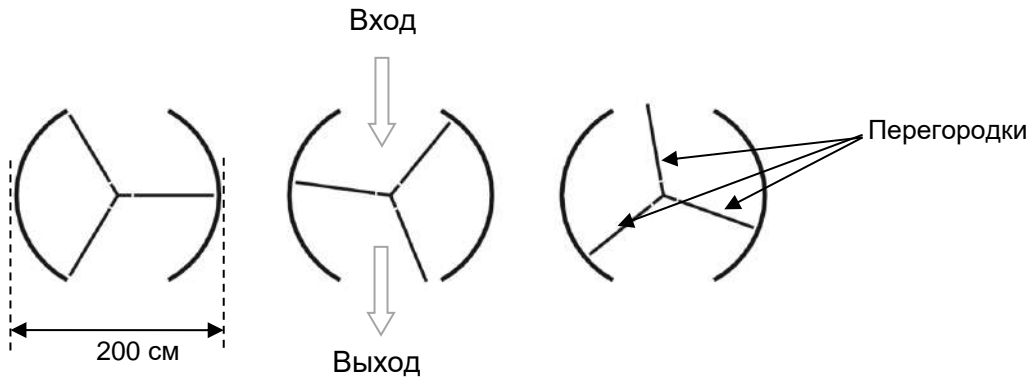
***Ответ не принимается***

Код 00: Другие ответы.

Код 99: Ответ отсутствует.

# ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДВЕРЬ

Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства составляет 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниже на плане показаны дверные перегородки в трех разных позициях, если смотреть на них сверху.



## Вопрос 1: ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДВЕРЬ

Чему равна в градусах величина угла между двумя дверными перегородками?

Величина угла: ..... °

## ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДВЕРЬ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Вычислить величину центрального угла сектора круга.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 120°

**Ответ не принимается**

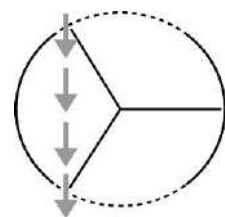
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДВЕРЬ

Два дверных проема (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проемы слишком широкие, то вращающиеся двери не смогут закрыть открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход. Это приведет либо к потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

В этой позиции возможно поступление воздуха.



Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проем, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Наибольшая длина дуги: ..... см.

### **ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДВЕРЬ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретировать геометрическую модель в реальной ситуации для вычисления длины дуги.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Формулировать

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: Ответ в пределах от 103 до 105, его значение зависит от точности значения  $\pi$ , использованного в вычислениях. [Принимаются ответы ( $\frac{100\pi}{3}$ ), вычисленные как 1/6 длины окружности. Также принимается ответ, равный 100, но только в случае, если понятно, что этот ответ получен в результате использования  $\pi=3$ . Примечание: Ответ, равный 100, не сопровождаемый решением, мог быть получен на основе простого предположения, что длина дуги равна радиусу (длине одной перегородки).]

#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### **Вопрос 3: ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДВЕРЬ**

Дверь делает 4 полных оборота за минуту. В каждом из трех секторов двери могут поместиться максимально 2 человека.

Какое наибольшее число людей может войти в здание через эту дверь за 30 минут?

- A. 60
- B. 180
- C. 240
- D. 720

### **ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДВЕРЬ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Определить информацию и создать (неявную) количественную модель для решения задачи.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Формулировать

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: D. 720

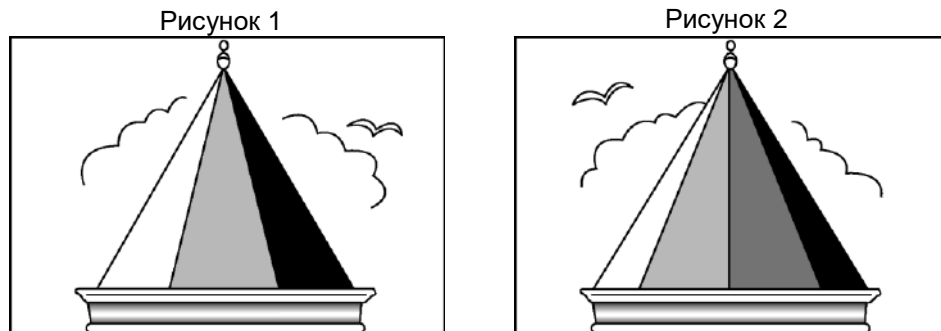
***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

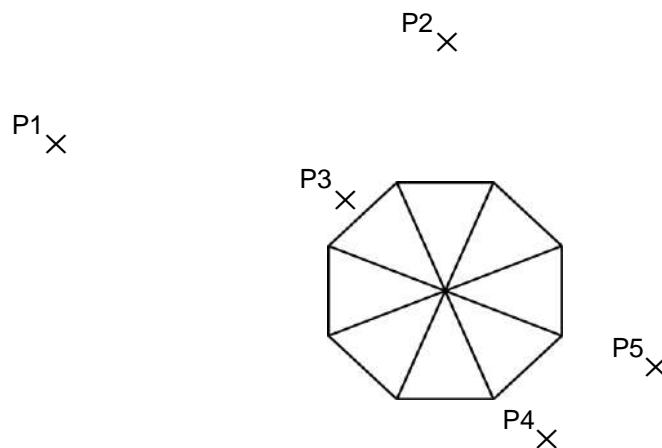
Код 9: Ответ отсутствует.

# ВИД БАШНИ

На рисунках 1 и 2 даны два изображения **одной и той же** башни. На рисунке 1 вы видите **три** грани крыши башни, а на рисунке 2 – **четыре** грани.



На рисунке ниже изображен вид крыши башни сверху. Кроме того, знаком (×) показаны пять различных позиций наблюдателя, обозначенных Р1 – Р5. С каждой из этих позиций наблюдатель может видеть несколько граней крыши башни.



## Вопрос 1: ВИД БАШНИ

В таблице обведите число граней, которые можно видеть с каждой из этих позиций.

Позиция	Число граней, которые можно видеть с данной позиции (обведите выбранное число)					
P1	1	2	3	4	Больше 4	
P2	1	2	3	4	Больше 4	
P3	1	2	3	4	Больше 4	
P4	1	2	3	4	Больше 4	
P5	1	2	3	4	Больше 4	

## **ВИД БАШНИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Создать модель предложенной ситуации.

Область математического содержания: Пространство и форма

Познавательная деятельность: Формулировать

***Ответ принимается полностью***

Код 1: Для точек P1–P5 должны быть обведены соответственно числа: 4, 3, 1, 2, 2

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ВЕЛОСИПЕДЫ

Юрий, Мария и Петр ездят на велосипедах разных размеров. В таблице указаны расстояния, которые проезжают их велосипеды при разном числе полных оборотов колес.

	Пройденное расстояние (в см)					
	1 оборот	2 оборота	3 оборота	4 оборота	5 оборотов	6 оборотов
Петр	96	192	288	384	480	...
Мария	160	320	480	640	800	...
Юрий	190	380	570	760	950	...

## Вопрос 1: ВЕЛОСИПЕДЫ

Петр прокатил вперед свой велосипед так, что при этом колеса сделали три полных оборота. Если Юра сделает то же самое со своим велосипедом, то насколько дальше продвинется вперед его велосипед, чем у Петра? Ответ укажите в сантиметрах.

Ответ: ..... см.

## ВЕЛОСИПЕДЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 282 см

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ВЕЛОСИПЕДЫ

Сколько полных оборотов должны сделать колеса велосипеда Марии, чтобы проехать 1280 см?

Количество оборотов: .....

## ВЕЛОСИПЕДЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Количество

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 8.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.



Код 9: Ответ отсутствует.

### Вопрос 3: ВЕЛОСИПЕДЫ

Длина окружности покрышки колеса велосипеда Петра равна 96 см или 0,96 м. У его велосипеда три скорости, которые устанавливаются с помощью нижней, средней и верхней передач. У этого велосипеда следующие передаточные соотношения:

нижнее      3:1                              среднее      6:5                              верхнее      1:2

Сколько раз надо Петру повернуть педали, чтобы проехать 960 м на средней передаче? Приведите решение.

**ПРИМЕЧАНИЕ:** *Передаточное соотношение 3:1 означает, что при трех полных поворотах педалей колесо велосипеда делает 1 полный оборот.*

### ВЕЛОСИПЕДЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Область математического содержания: Количество  
Познавательная деятельность: Применять

### *Ответ принимается полностью*

Код 21: Дан ответ «1200 поворотов педалей» и приведено верное решение. Имейте в виду, что верный числовой ответ даже при отсутствии решения демонстрирует использование верного метода решения, такой ответ принимается полностью.

- Чтобы проехать 960 м, колеса должны сделать 1000 полных оборотов, что соответствует

$$1000 \cdot \frac{6}{5} = 1200 \text{ поворотам педалей.}$$

- Число оборотов колеса 960 м:  $0,96 \text{ м} = 1000 \text{ (оборот)}$ .

Составляем пропорцию: 6 (оборотов педалей) – 5 (оборотов колеса)  
 $x$  (оборотов педалей) – 1000 (оборотов колеса)

$$x = \frac{6 \times 1000}{5} = 1200 \text{ (оборот. педалей)}$$

### *Ответ принимается частично*

Код 11: Дан ответ «12 поворотов педалей». Использован правильный способ решения, но допущены ошибки при переводе единиц измерения.

- Чтобы проехать 960 м, колеса должны сделать 10 оборотов (ученик забыл, что расстояние в таблице дано в см), что соответствует  $10 \cdot \frac{6}{5} = 12$  поворотам педалей.

Код 12: Верный способ решения, но имеется незначительная вычислительная ошибка или вычисления не закончены.

- При 3 поворотах педалей колесо совершает 2,5 оборота. 1 оборот колеса = 0,96 м, значит, 3 оборота педалей = 2,4 м. Поэтому нужно 400 поворотов педалей, чтобы проехать 960 м. [Не выполнено действие  $400 \cdot 3 = 1200$ .]
- 1000 оборотов педалей потребуется ( $960:0,96$ ), чтобы проехать 960 м, поэтому потребуется 833 поворота педалей на средней передаче ( $5/6$  от 1000). [Метод решения верный, но взято обратное отношение.]
- $5 \cdot 0,96 = 4,8$  и  $960:4,8 = 200$  поворотов педалей. Сейчас  $200:5 = 40$  и  $40 \cdot 6 = 240$ . Поэтому потребуется 240 поворотов. [Допущена единственная ошибка. Выполнено излишнее умножение на число 5, а в остальном метод решения верный.]

**Ответ не принимается**

Код 00: Другие ответы.

- $96000 : 5 = 19200$ ;  $19200 \cdot 6 = 115200$  поворотов педалей. *[Не учтена окружность колеса.]*

Код 99: Ответ отсутствует.

## ВЕЛОСИПЕДИСТКА ЕЛЕНА

Елена только что приобрела новый велосипед. У него есть спидометр, который закреплен на руле. Спидометр показывает расстояние, которое Елена проехала, и среднюю скорость ее поездки.



### Вопрос 1: ВЕЛОСИПЕДИСТКА ЕЛЕНА

В одной из поездок Елена сначала проехала 4 км за 10 минут, а затем еще 2 км за следующие 5 минут.

Какое из следующих утверждений верно?

- A. Средняя скорость Елены была больше в первые 10 минут, чем в последующие 5 минут.
- B. Средняя скорость Елены была одинаковой в первые 10 минут и в последующие 5 минут.
- C. Средняя скорость Елены была меньше в первые 10 минут, чем в последующие 5 минут.
- D. Невозможно ничего сказать о средней скорости Елены на основе имеющейся информации.

### ВЕЛОСИПЕДИСТКА ЕЛЕНА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Сравнить средние скорости с учетом приведенных расстояний и отрезков времени.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Применять

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: B. Средняя скорость Елены была одинаковой в первые 10 минут и в последующие 5 минут.

#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### Вопрос 2: ВЕЛОСИПЕДИСТКА ЕЛЕНА

Елена проехала 6 км до дома своей тети. Спидометр показал, что в среднем она ехала со скоростью 18 км/ч во время всей поездки.

Какое из следующих утверждений верно?

- A. У Елены ушло 20 минут, чтобы доехать до дома тети.
- B. У Елены ушло 30 минут, чтобы доехать до дома тети.
- C. У Елены ушло 3 часа, чтобы доехать до дома тети.
- D. Невозможно сказать, сколько времени ушло у Елены, чтобы доехать до дома тети.

## ВЕЛОСИПЕДИСТКА ЕЛЕНА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Вычислить время поездки с учетом средней скорости и расстояния.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: А. У Елены ушло 20 минут, чтобы доехать до дома тети.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 3: ВЕЛОСИПЕДИСТКА ЕЛЕНА

Елена поехала на велосипеде на реку, которая находится в 4 км. У нее ушло 9 минут. Она поехала домой по более короткому пути в 3 км. Дорога заняла у нее только 6 минут. Какова была средняя скорость Елены (в км/ч) в ее поездке на реку и обратно?

Средняя скорость поездки: ..... км/ч.

## ВЕЛОСИПЕДИСТКА ЕЛЕНА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Вычислить среднюю скорость двух поездок с учетом двух расстояний и затраченного времени.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 28.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

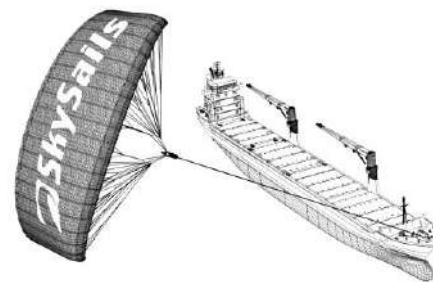
Код 9: Ответ отсутствует.

# ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

© by skysails

Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.



## Вопрос 1: ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

Одно из преимуществ использования кайта заключается в том, что он летает на высоте в 150 м. Там скорость ветра примерно на 25% больше, чем на уровне палубы корабля.

С какой примерной скоростью дует ветер на кайт, когда скорость ветра, измеренная на палубе корабля, равна 24 км/ч?

- A. 6 км/ч.
- B. 18 км/ч.
- C. 25 км/ч.
- D. 30 км/ч.
- E. 49 км/ч.

## ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Применить процентные вычисления в реальной ситуации.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: D. 30 км/ч.

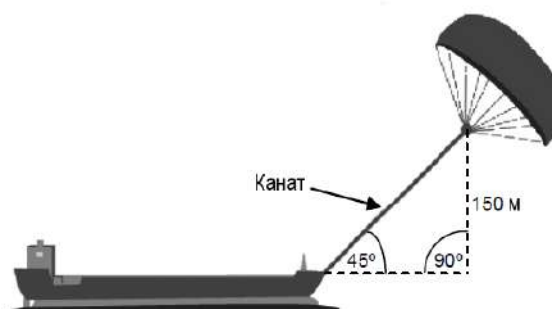
**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

Чему примерно должна быть равна длина каната у кайта, чтобы он тянул корабль под углом в  $45^\circ$  и находился на высоте в 150 м по вертикали, как показано на рисунке?



- A. 173 м
- B. 212 м
- C. 285 м
- D. 300 м

## ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Использовать теорему Пифагора в реальном геометрическом контексте.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: B. 212 м.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 3: ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зедра за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт дает возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «Новая волна»

Тип: фрахтовое судно (сдается в наем)

Длина: 117 метров

Ширина: 18 метров

Грузоподъемность: 12 000 тонн

Максимальная скорость: 19 узлов

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров.



Стоимость установки на «*Новой волне*» кайта составляет 2 500 000 зед.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покрывает стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Количество лет:.....

### **ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

**ЦЕЛЬ ВОПРОСА:**

Описание: Найти решение реальной проблемы, связанной с экономией денежных средств и потреблением топлива.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Формулировать

#### ***Ответ принимается полностью***

Код 1: Ответ от 8 до 9 лет сопровождается соответствующими вычислениями.

- Расход топлива за год без паруса: 3,5 миллионов литров, цена литра 0,42, стоимость топлива  $3500000 \cdot 0,42 = 1\,470\,000$  зед. 20% экономит парус, тогда экономия  $1\,470\,000 \cdot 0,2 = 294\,000$  зед. за год. Стоимость кайта  $2\,500\,000 : 294\,000 \approx 8,5$  (лет). Значит, после 8-9 лет покрывается стоимость паруса.

#### ***Ответ не принимается***

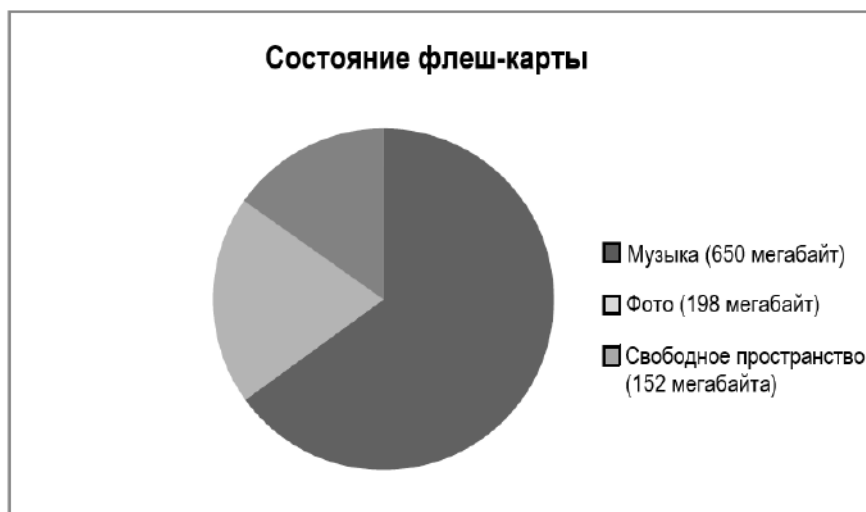
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## ФЛЕШ-КАРТА

Флеш-карта – это маленькое и портативное устройство компьютерного хранения.

У Ивана есть флеш-карта, на которой находятся фотографии и музыка. Ее объем составляет 1 гигабайт (1000 мегабайт). На рисунке, расположенном ниже, демонстрируется текущее состояние флеш-карты.



### Вопрос 1: ФЛЕШ-КАРТА

Иван хочет перенести на флеш-карту альбом с фотографиями объемом в 350 мегабайт, но на флеш-карте недостаточно места. Иван не хочет удалять фотографии, но он может удалить с нее 2 музыкальных альбома.

Размеры музыкальных альбомов на флеш-карте Ивана представлены в следующей таблице:

Альбом	Размер
Альбом 1	100 мегабайт
Альбом 2	75 мегабайт
Альбом 3	80 мегабайт
Альбом 4	55 мегабайт
Альбом 5	60 мегабайт
Альбом 6	80 мегабайт
Альбом 7	75 мегабайт
Альбом 8	125 мегабайт



Сможет ли Иван освободить достаточно места на флеш-карте, чтобы поместить на ней альбом с фотографиями, если он удалит с нее максимум 2 альбома? Обведите «Да» или «Нет» и подтвердите свой ответ вычислениями.

Ответ: Да / Нет

.....  
.....  
.....

### ФЛЕШ-КАРТА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Сравнить и вычислить величину, соответствующую критериям.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: Дан явный или неявный ответ «Да» с комбинацией из двух альбомов, объем которых составляет 198 мегабайт и больше.

- Ему нужно освободить 198 мегабайт ( $350 - 152$ ), поэтому он может удалить любые 2 альбома, общий объем которых больше, чем 198 мегабайт. Например, альбомы 1 и 8.
- Да, он может удалить альбомы 7 и 8, после чего объем свободного пространства составит  $152 + 75 + 125 = 352$  мегабайта.

#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

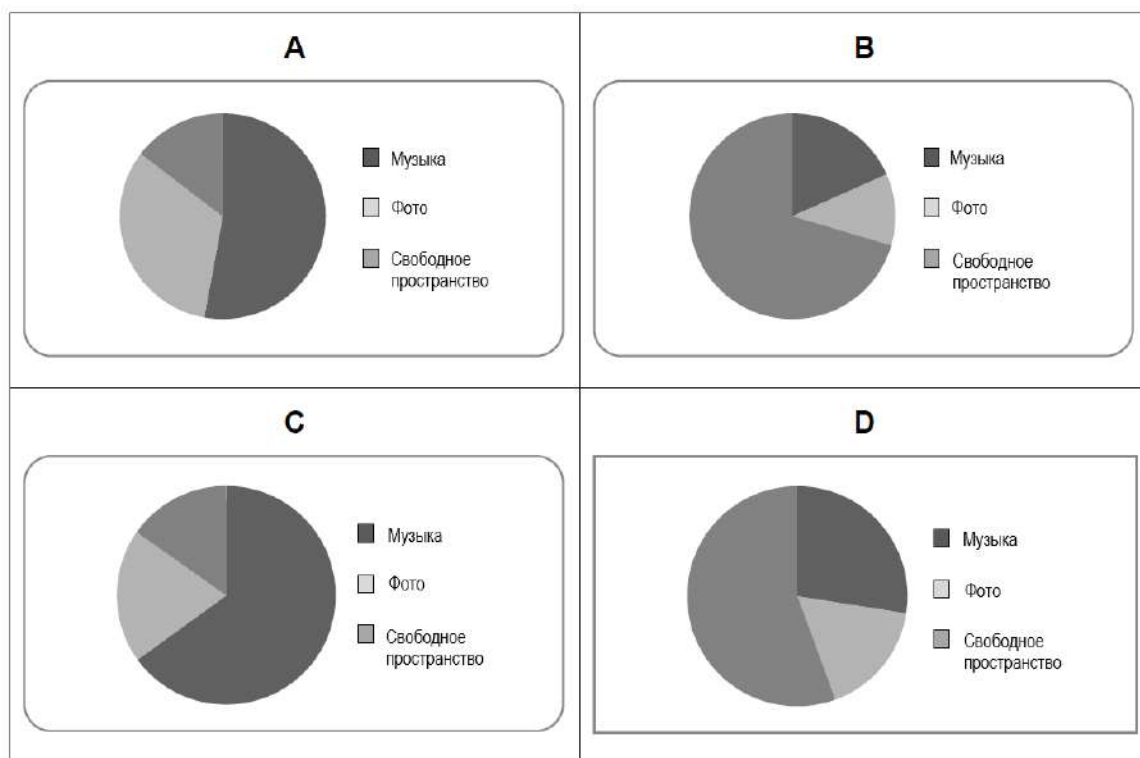
### Вопрос 2: ФЛЕШ-КАРТА

В течение нескольких следующих недель Иван удалил некоторые фотографии и музыкальные файлы с флеш-карты. Он также добавил несколько фотографий и музыкальных файлов на нее. Новое состояние диска отражено в следующей таблице:

Музыка	550 мегабайт
Фото	338 мегабайт
Свободное пространство	112 мегабайт

Брат Ивана подарил ему новую флеш-карту объемом в 2 гигабайта (2000 мегабайт), на которой ничего не записано. Иван переносит содержимое своей старой флеш-карты на новую.

Какая из предложенных диаграмм демонстрирует состояние новой флеш-карты? Обведите А, В, С или D.



## ФЛЕШ-КАРТА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Понимание связи между формулировкой вопроса и тем, каким образом ее необходимо представить в математическом виде с помощью символической и формальной формулировки.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: D

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# НЕИСПРАВНЫЕ ПЛЕЕРЫ

Компания «Электрикс» выпускает 2 вида электронного оборудования: видео- и аудиоплееры. В конце рабочего дня плееры тестируют. Плееры с дефектами отбираются и подлежат ремонту.

Следующая таблица отражает среднее количество плееров каждого типа, произведенных за день, и средняя доля неисправных плееров за день в процентах.

Тип плеера	Среднее количество плееров, произведенных за день	Средняя доля неисправных плееров, произведенных за день, в процентах
Видеоплееры	2000	5%
Аудиоплееры	6000	3%

## Вопрос 1: НЕИСПРАВНЫЕ ПЛЕЕРЫ

Ниже расположены 3 утверждения о суточной производительности в компании «Электрикс». Верны ли данные утверждения? Обведите «Да» или «Нет» для каждого утверждения.

Утверждение	Верно или неверно?
Видеоплееры составляют треть от общего количества плееров, произведенных за день.	Да / Нет
На каждые 100 видеоплееров приходится 5 неисправных.	Да / Нет
Вероятность того, что случайно выбранный для проверки аудиоплеер окажется неисправным, равняется 0,03.	Да / Нет

## НЕИСПРАВНЫЕ ПЛЕЕРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретировать статистические данные, содержащие неопределенность.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Три правильных ответа в следующем порядке: Нет, Нет, Да.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: НЕИСПРАВНЫЕ ПЛЕЕРЫ

Один из тестировщиков утверждает следующее:

«В среднем количество видеоплееров, которые ежедневно отправляются на ремонт, превышает количество таких аудиоплееров».

Определите, прав ли тестировщик и подтвердите свой ответ вычислениями.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## НЕИСПРАВНЫЕ ПЛЕЕРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретировать статистические данные, содержащие неопределенность.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

### **Ответ принимается полностью**

Код 1: Верное объяснение неправоты тестировщика.

- Тестировщик неправ: 5% от 2000 – это 100, а 3% от 6000 – это 180. В среднем 180 аудиоплееров подлежат ремонту, что превышает среднее количество неисправных видеоплееров.
- Тестировщик неправ: доля брака в видеоплеерах составляет 5%, что почти в 2 раза больше, чем доля брака в аудиоплеерах. Но за сутки производится 6000 аудиоплееров, что превышает количество аудиоплееров в 3 раза, поэтому количество бракованных аудиоплееров будет больше.

### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 3: НЕИСПРАВНЫЕ ПЛЕЕРЫ

Компания «Троникс» также производит видео- и аудиоплееры. В конце рабочего дня плееры компании «Троникс» тестируются. Бракованные плееры отбираются и отправляются на ремонт.

Таблицы, представленные ниже, сравнивают среднее количество плееров обоих видов, произведенных за день в обеих компаниях, и процентную долю неисправных плееров.

Компания	Среднее количество <u>видеоплееров</u> , произведенных за день	Процентная доля неисправных плееров
«Электрикс»	2000	5%
«Троникс»	7000	4%

Компания	Среднее количество <u>аудиоплееров</u> , произведенных за день	Процентная доля неисправных плееров
«Электрикс»	6000	3%
«Троникс»	1000	2%

В какой из двух компаний («Электрикс» или «Троникс») общая процентная доля неисправных плееров меньше? Подтвердите свой ответ вычислениями с использованием данных из вышеприведенных таблиц.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### НЕИСПРАВНЫЕ ПЛЕЕРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретировать статистические данные, содержащие неопределенность.  
 Область математического содержания: Неопределенность и данные  
 Контекст: Профессиональный  
 Познавательная деятельность: Формулировать

#### **Ответ принимается полностью**

Код 1: Дан ответ «Электрикс» и присутствует верное объяснение выбора.

- Компания «Электрикс», так как 5% от 2000 – это 100, а 3% от 6000 – это 180, таким образом в среднем 280 плееров из дневной продукции компании «Электрикс» подлежат ремонту. Процентное соотношение 280 к 8000 – 3,5%. Проведя такие же вычисления для компании «Троникс», можно определить общую процентную долю брака для этой компании – 3,75%. [Вычисление процентных долей обязательно для того, чтобы ответ был принят полностью.]

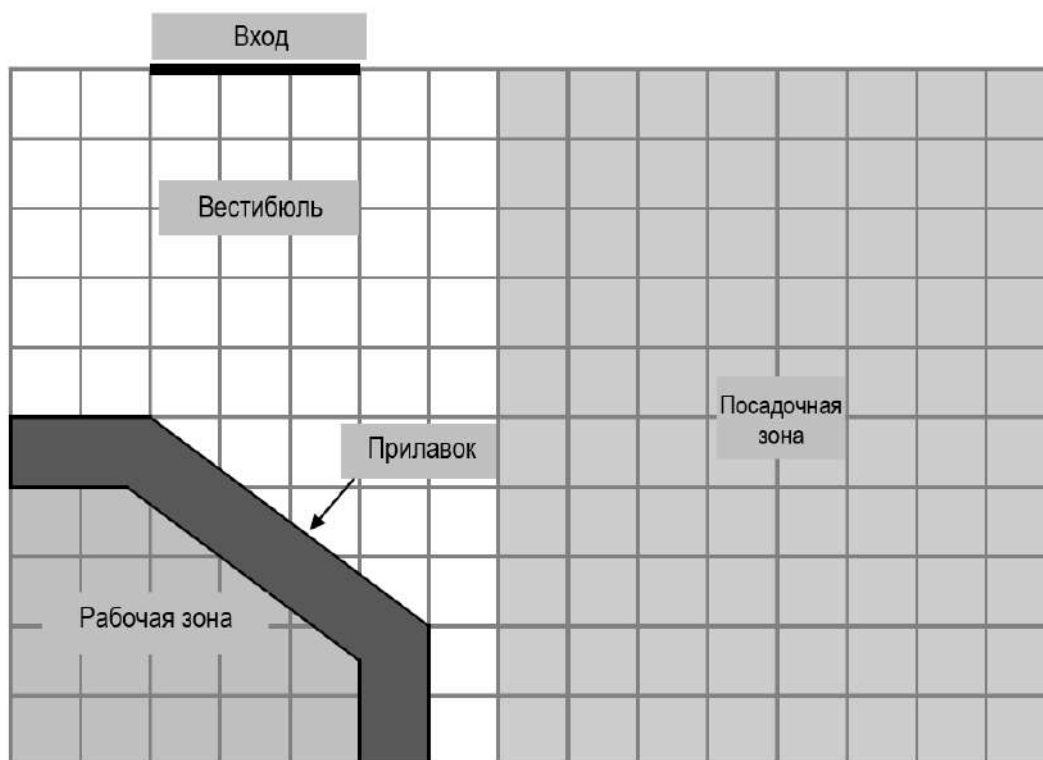
#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# КАФЕ-МОРОЖЕНОЕ

Ниже представлен план кафе, которое принадлежит Марии. Она делает в нем ремонт.  
Рабочая зона кафе окружена прилавком.



Примечание: масштаб каждого квадрата на плане – 0,5 x 0,5 метра.

## Вопрос 1: КАФЕ-МОРОЖЕНОЕ

Мария хочет заменить отделку по краю прилавка. Сколько метров новой отделки понадобится ей? Приведите свои вычисления.

.....

.....

.....

.....

## КАФЕ-МОРОЖЕНОЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Использовать теорему Пифагора или точные измерения для вычисления длины гипотенузы прямоугольного треугольника с учетом масштаба рисунка.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 2: От 4,5 до 4,55. [м или метров – единицы измерения могут отсутствовать или присутствовать.]

**Ответ принимается частично**

Код 1: Ответы, которые предполагают некоторые верные вычисления (использование теоремы Пифагора или масштаба), но с ошибкой, например, в использовании масштаба или в расчетах.

- От 9 до 9,1. *[Не использовался масштаб.]*
- 2,5 м. *[Ошибка в расчетах.]*

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

**Вопрос 2: КАФЕ-МОРОЖЕНОЕ**

Мария также хочет поменять пол в кафе. Определите площадь пола в кафе, исключая рабочую зону и прилавок. Приведите свои вычисления.

.....

.....

.....

.....

**КАФЕ-МОРОЖЕНОЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Вычислить площадь многоугольников.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 2: 31,5. *[Единицы измерения могут отсутствовать или присутствовать.]*

**Ответ принимается частично**

Код 1: Решение, в котором явно демонстрируется верное использование сетки для вычисления площади, но присутствует арифметическая ошибка или ошибка в использовании масштаба.

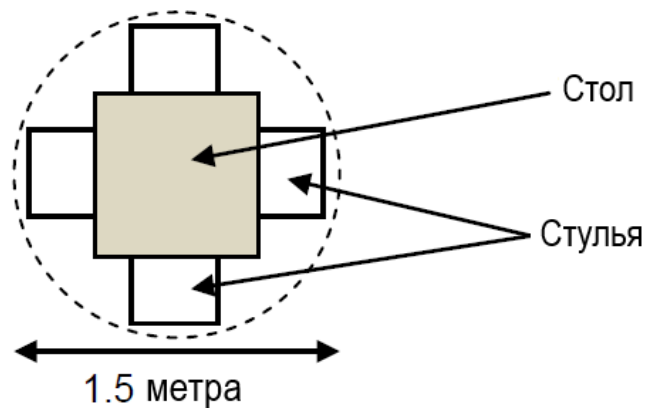
- 126. *[Правильный подсчет площади, но масштаб не был использован.]*
- $7,5 \times 5 (=37,5) - 3 \times 2,5 (=7,5) - \frac{1}{2} \times 2 \times 1,5 (=1,5) = 28,5 \text{ м}^2$ . *[Вместо сложения произведено вычитание треугольной области при разделении всего пола на части.]*

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

**Вопрос 3: КАФЕ-МОРОЖЕНОЕ**



Мария хочет закупить для кафе изображенные выше наборы из стола и 4 стульев. Окружность, изображенная на рисунке, представляет собой площадь поверхности пола, которую занимает каждый набор.

Для того, чтобы посетителям было комфортно сидеть, каждый набор должен быть расположен в соответствии со следующими требованиями:

- Каждый набор должен находиться на расстоянии минимум 0,5 метра от стен.
- Каждый набор должен находиться на расстоянии минимум 0,5 метра от других наборов.

Какое максимальное количество наборов может поместиться в посадочной зоне кафе?

Количество наборов: .....

### **КАФЕ-МОРОЖЕНОЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

**ЦЕЛЬ ВОПРОСА:**

Описание: Использовать масштаб и учитывать ограничения для определения количества окружностей, которые поместятся в многоугольник.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Применять

***Ответ принимается полностью***

Код 1: 4

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.



# НЕФТЯНОЕ ПЯТНО

Танкер, перевозивший нефть по морю, ударился о камень, что привело к образованию дыры в резервуаре с нефтью. Танкер находился на расстоянии 65 км от берега. Через несколько дней нефть растеклась таким образом, как это изображено на рисунке ниже.



## Вопрос 1: НЕФТЯНОЕ ПЯТНО

Используя масштаб карты, определите размер нефтяного пятна в квадратных километрах ( $\text{км}^2$ ).

Ответ: .....  $\text{км}^2$ .

## НЕФТЯНОЕ ПЯТНО: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Определение площади неправильной фигуры с использованием приведенного масштаба.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Ответы в промежутке от 2200 до 3300.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## MP3-ПЛЕЕРЫ

Товары магазина «Музыкальный город»		
<p><b>MP3-плеер</b></p>  <p><b>Цена: 155 зед</b></p>	<p><b>Наушники</b></p>  <p><b>Цена: 86 зед</b></p>	<p><b>Колонки</b></p>  <p><b>Цена: 79 зед</b></p>

### Вопрос 1: MP3-ПЛЕЕРЫ

Ольга сложила цены на MP3-плеер, наушники и колонки на калькуляторе. В результате у нее получилось 248.



Данный ответ неверный. Определите, какую из предложенных ошибок сделала Ольга.

- A. Она прибавила одну из цен дважды.
- B. Она забыла прибавить одну из цен.
- C. Она не набрала последнюю цифру в одной из цен.
- D. Она вычла одну из цен вместо того, чтобы прибавить ее.

### MP3-ПЛЕЕРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Определить причину ошибки в процессе суммирования трех цен на калькуляторе.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: C. Она не набрала последнюю цифру в одной из цен.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: МРЗ-ПЛЕЕРЫ

В магазине «Музыкальный город» проходит распродажа: если вы покупаете **2 или более** акционных товара, вам предоставляется скидка **20%** на эти товары.

Дмитрий может потратить 200 зед.

Что он может позволить себе купить на распродаже?

Обведите «Да» или «Нет» для каждого варианта.

Товары	Может ли Дмитрий позволить себе купить эти товары на сумму 200 зед?
МРЗ-плеер и наушники	Да / Нет
МРЗ-плеер и колонки	Да / Нет
Все 3 товара: МРЗ-плеер, наушники и колонки	Да / Нет

## МРЗ-ПЛЕЕРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Определить, достаточно ли данной денежной суммы для покупки определенного набора товаров с учетом приведенной скидки.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Три верных ответа в следующем порядке: Да, Да, Нет.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 3: МРЗ-ПЛЕЕРЫ

Розничная цена на МРЗ-плеер **включает в себя** прибыль размером 37,5%. Цена без прибыли называется оптовой ценой. Прибыль – это процент от оптовой цены.

Отражают ли формулы, представленные ниже, правильное отношение между оптовой ( $o$ ) и розничной ( $p$ ) ценами?

Обведите «Да» или «Нет» для каждой формулы.

Формула	Верна ли формула?
$p = o + 0,375$	Да / Нет
$o = p - 0,375p$	Да / Нет
$p = 1,375o$	Да / Нет
$o = 0,625p$	Да / Нет

### MP3-ПЛЕЕРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Определить формулу, которая правильно отражает отношения между двумя денежными величинами, одна из которых содержит установленную процентную долю.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

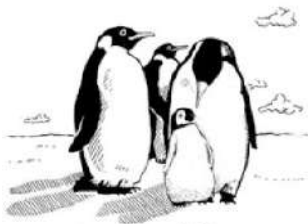
Код 1: Четыре верных ответа в следующем порядке: Нет, Нет, Да, Нет.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ПИНГВИНЫ



Фотограф животных Жан Батист отправился в одногодичную экспедицию, где сделал много фотографий пингвинов и их птенцов.

Он был особенно заинтересован в увеличении размеров различных колоний пингвинов.

## Вопрос 1: ПИНГВИНЫ

Обычно у пары пингвинов каждый год вылупляются 2 птенца, но выживает только тот, который вылупляется из большего яйца.

У хохлатых пингвинов первое яйцо весит примерно 78 грамм, а второе – 110 грамм.

Примерно на сколько процентов второе яйцо тяжелее, чем первое?

- A. 29%
- B. 32%
- C. 41%
- D. 71%



## ПИНГВИНЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Процентные вычисления в реальном контексте.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: C. 41%

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ПИНГВИНЫ

Жан хочет узнать, как изменится размер колонии пингвинов в течение нескольких лет. Для этого он делает следующие предположения:

- В начале года колония состоит из 10 000 пингвинов (5 000 пар).
- Весной каждого года у каждой пары вырастает птенец.
- К концу года 20% пингвинов (взрослых и птенцов) умрут.

Сколько пингвинов (взрослых и птенцов) будет в колонии к концу первого года?

Количество пингвинов: .....

## **ПИНГВИНЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Понять реальную ситуацию для вычисления точного количества пингвинов, основанного на изменении процентных соотношений.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 12 000

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## **Вопрос 3: ПИНГВИНЫ**

Жан предполагает, что колония продолжит расти следующим образом:

- В начале каждого года колония состоит из равного количества самцов и самок, которые образуют пары.
- Весной каждого года у каждой пары вырастает птенец.
- К концу каждого года 20% пингвинов (взрослых и птенцов) умирает.
- У пингвинов, которым 1 год, тоже появляются птенцы.

Исходя из данных предположений, выберите формулу, которая описывает общее количество пингвинов (П) 7 лет спустя.

A.  $P = 10\,000 \times (1,5 \times 0,2)^7$

B.  $P = 10\,000 \times (1,5 \times 0,8)^7$

C.  $P = 10\,000 \times (1,2 \times 0,2)^7$

D.  $P = 10\,000 \times (1,2 \times 0,8)^7$

## **ПИНГВИНЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Понять приведенную ситуацию и выбрать подходящую математическую модель.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1:  $V \cdot P = 10\,000 \times (1,5 \times 0,8)^7$

**Ответ не принимается**

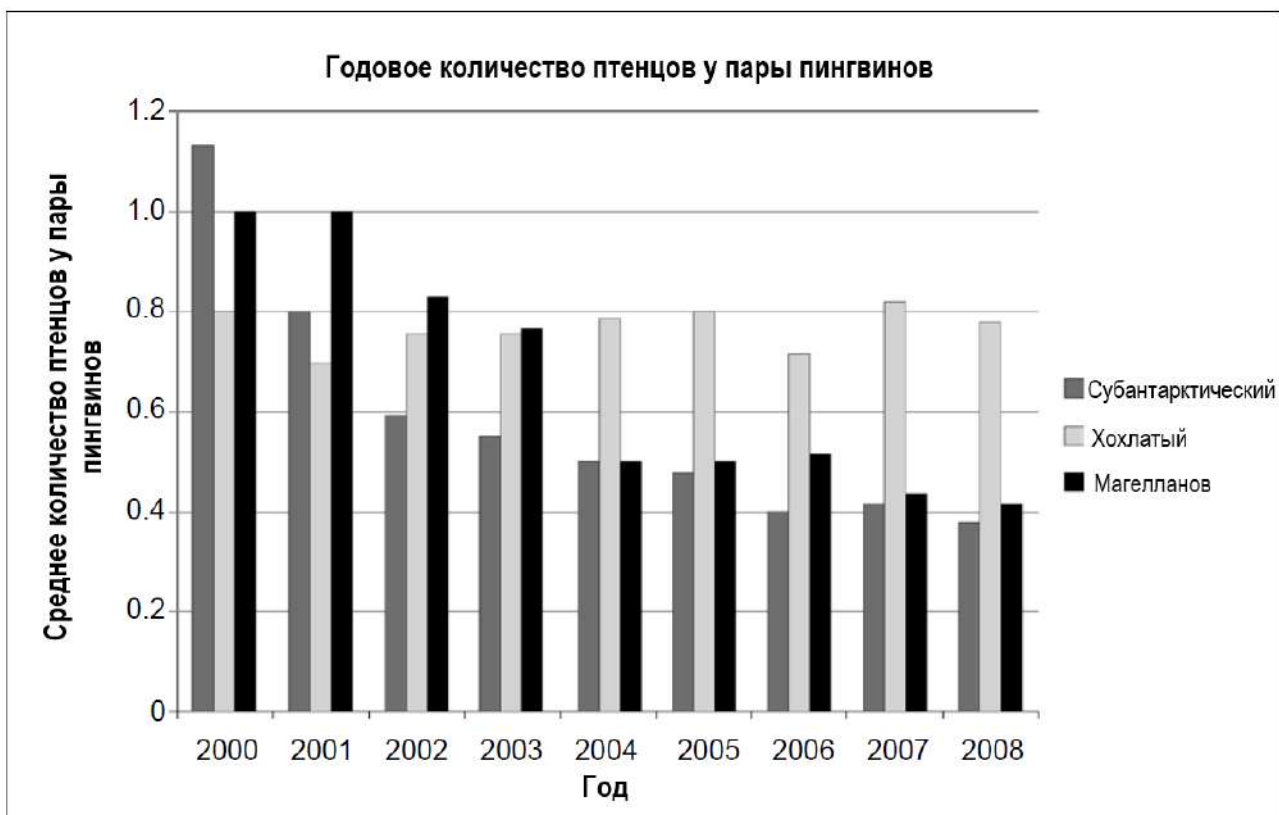
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

**Вопрос 4: ПИНГВИНЫ**

По возвращении из экспедиции Жан Батист ищет в Интернете, сколько птенцов в среднем вырастает у одной пары.

Он находит следующую диаграмму для трех видов пингвинов: субантарктического, хохлатого и магелланова.



Основываясь на данных, приведенных в диаграмме, определите, верны ли следующие утверждения.

Обведите «Верно» или «Неверно» для каждого утверждения.

Утверждение	Верно ли данное утверждение?
В 2000 году среднее количество птенцов у пары пингвинов было больше 0,6.	Верно / Неверно
В 2006 году в среднем менее чем 80% пар пингвинов выводили потомство.	Верно / Неверно

Примерно к 2015 году данные 3 вида пингвинов исчезнут.	Верно / Неверно
Среднее количество птенцов у пары магеллановых пингвинов уменьшилось с 2001 по 2004 год.	Верно / Неверно

#### **ПИНГВИНЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 4**

##### **ЦЕЛЬ ВОПРОСА:**

Описание: Проанализировать различные утверждения о приведенной столбчатой диаграмме.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

##### ***Ответ принимается полностью***

Код 1: Четыре правильных ответа в следующем порядке: Верно, Верно, Неверно, Верно.

##### ***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.



# ЭНЕРГИЯ ВЕТРА



В Зедтауне собираются установить ветряные электростанции для выработки электричества.

Совет Зедтауна собрал информацию о следующей модели.

Модель:	Е-82
Высота:	138 метров
Количество лопастей:	3
Длина одной лопасти:	40 метров
Максимальная скорость вращения:	20 оборотов в минуту
Цена установки:	3 200 000 зед
Величина оборота:	0,10 зеда за произведенный киловатт-час
Эксплуатационные затраты:	0,01 зеда за произведенный киловатт-час
Эффективность функционирования:	функционирует 97% года

Примечание: киловатт-час – это единица измерения электрической энергии.

## Вопрос 1: ЭНЕРГИЯ ВЕТРА

Определите, можно ли прийти к следующим выводам о ветряной электростанции Е-82, основываясь на вышеизложенной информации. Для каждого утверждения обведите «Да» или «Нет».

Вывод	Можно ли прийти к данному выводу, основываясь на вышеизложенной информации?
Установка трех электростанций будет стоить более 8 000 000 зед.	Да / Нет
Эксплуатационные затраты на одну электростанцию составляют примерно 5% от ее величины оборота.	Да / Нет
Эксплуатационные затраты на электростанцию зависят от количества произведенных киловатт-часов.	Да / Нет
Электростанция не функционирует 97 дней в году.	Да / Нет

## ЭНЕРГИЯ ВЕТРА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Проанализировать информацию о приведенной ситуации.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Четыре верных ответа в следующем порядке: Да, Нет, Да, Нет.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ЭНЕРГИЯ ВЕТРА

В Зедтауне хотят определить затраты и прибыль, которые принесет строительство ветряной электростанции.

Мэр Зедтауна предложил следующую формулу для определения финансовой прибыли ( $\Phi$  зед), которую можно получить в течение нескольких лет ( $z$ ), если они построят модель E-82.

$$\Phi = 400\,000 \times z - 3\,200\,000$$

Прибыль от ежегодного производства электричества	Затраты на строительство электростанции
---	---

Основываясь на формуле мэра, определите минимальное количество лет функционирования станции, которое покрывает затраты на ее строительство.

- A. 6 лет.
- B. 8 лет.
- C. 10 лет.
- D. 12 лет.

## ЭНЕРГИЯ ВЕТРА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Понять и решить приведенное уравнение в контексте.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: B. 8 лет.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

### Вопрос 3: ЭНЕРГИЯ ВЕТРА

В Зедтауне решили построить несколько электростанций модели E-82 на квадратном поле (длина = ширина = 500 м).

В соответствии со строительными нормами минимальные расстояния между основаниями двух электростанций данной модели должно равняться пяти длинам лопасти.

Мэр города предложил способ расположения электростанций, изображенный на рисунке справа.

Объясните, почему предложенный мэром способ не соответствует строительным нормам. Подтвердите свой ответ вычислениями.

.....

.....

.....

.....

.....

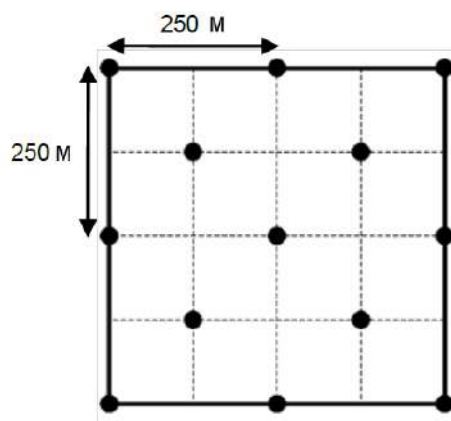
.....

.....

.....

.....

.....



● = ветряная электростанция  
Примечание: рисунок выполнен не в масштабе

### ЭНЕРГИЯ ВЕТРА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Использовать теорему Пифагора.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

#### Ответ принимается полностью

Код 1: Ответы, которые верно и доступно демонстрируют с использованием математических вычислений, что обязательное минимальное расстояние в 5 лопастей (т.е. 200 м) не было соблюдено между всеми электростанциями. Рисунок не должен обязательно присутствовать, как и отдельное предложение, содержащее ответ.

- Ветряные электростанции не могут быть расположены таким образом, потому что расстояние между ними иногда составляет только  $\sqrt{125^2 + 125^2} \approx 177$  м.

#### Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

#### Вопрос 4: ЭНЕРГИЯ ВЕТРА

С какой максимальной скоростью могут двигаться лопасти ветряной электростанции? Опишите свои вычисления и приведите ответ в **километрах в час (км/ч)**. Используйте информацию о модели E-82.

.....

.....

.....

.....

.....

Максимальная скорость: ..... км/ч.

#### ЭНЕРГИЯ ВЕТРА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 4

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Использовать многоступенчатое моделирование для решения задачи в динамичном контексте.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

#### **Ответ принимается полностью**

Код 2: Верный результат, выраженный в км/ч и вычисленный в процессе верного, полного и доступного подсчета. Рисунок не должен обязательно присутствовать, как и отдельное предложение, содержащее ответ.

- Максимальная скорость составляет 20 оборотов в минуту; расстояние оборота составляет  $2 \times \pi \times 40 \text{ м} \approx 250 \text{ м}$ . Таким образом,  $20 \times 250 \approx 5000 \text{ м/мин} \approx 83 \text{ м/с} \approx 300 \text{ км/ч}$ .

#### **Ответ принимается частично**

Код 1: Верный результат, выраженный НЕ в км/ч, но вычисленный в процессе верного, полного и доступного подсчета. Рисунок не должен обязательно присутствовать, как и отдельное предложение, содержащее ответ.

- Максимальная скорость составляет 20 оборотов в минуту; расстояние оборота составляет  $2 \times \pi \times 40 \text{ м} \approx 250 \text{ м}$ . Таким образом,  $20 \times 250 \approx 5000 \text{ м/мин} \approx 83 \text{ м/с}$ .

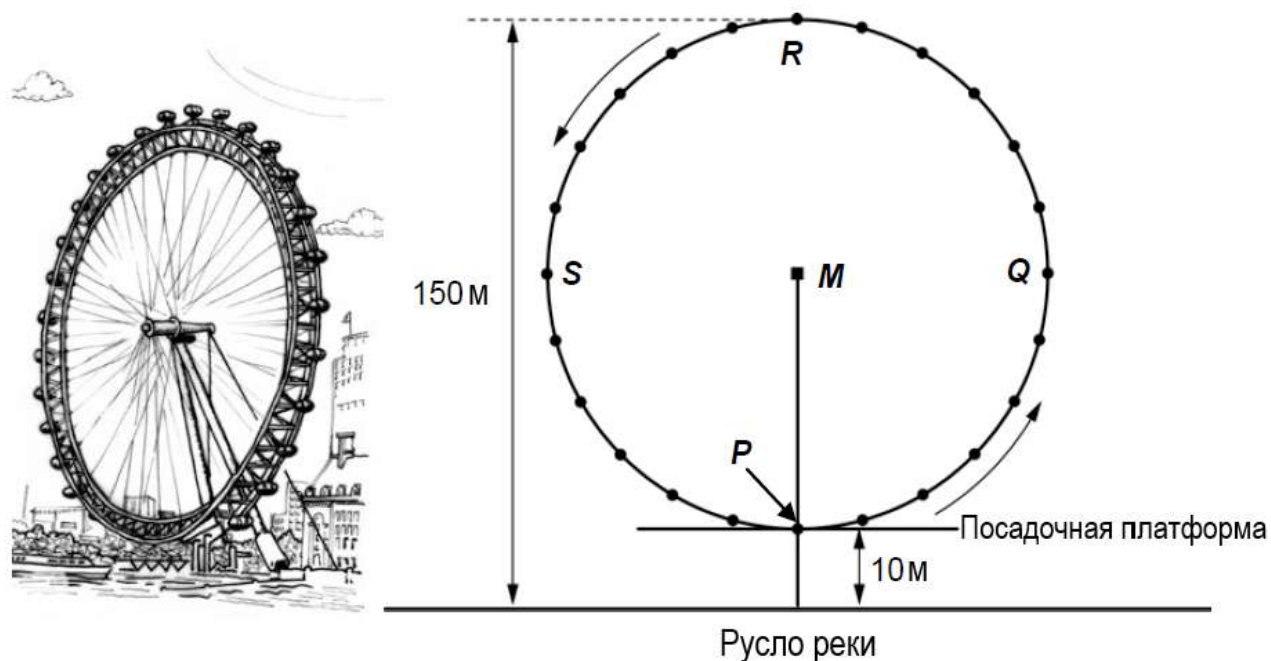
#### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# КОЛЕСО ОБОЗРЕНИЯ

Огромное колесо обозрения, изображенное на рисунках ниже, находится на берегу реки.



Внешний диаметр колеса обозрения составляет 140 метров, его высшая точка находится на высоте 150 метров над руслом реки. Колесо вращается в направлении, показанном стрелками.

## Вопрос 1: КОЛЕСО ОБОЗРЕНИЯ

Буква  $M$  на чертеже обозначает центр колеса.

На каком расстоянии от русла реки находится точка  $M$ ? Ответ дайте в метрах.

Ответ: ..... м

## КОЛЕСО ОБОЗРЕНИЯ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Вычислить расстояние, используя информацию, представленную на рисунке.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 80

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: КОЛЕСО ОБОЗРЕНИЯ

Колесо обозрения вращается с постоянной скоростью. Оно совершает один полный оборот за 40 минут.

Евгений садится в кабинку колеса на посадочной платформе в точке  $P$ .

Где будет находиться Евгений через час?

- A. В точке  $R$
- B. Между точками  $R$  и  $S$
- C. В точке  $S$
- D. Между точками  $S$  и  $P$

### КОЛЕСО ОБОЗРЕНИЯ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Определить местоположение с учетом вращения объекта и указанного отрезка времени.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: C. В точке  $S$

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# КОНСТРУКЦИЯ ИЗ ИГРАЛЬНЫХ КОСТЕЙ

На фотографии, приведенной ниже, изображена конструкция из 7 одинаковых игральных костей, грани которых пронумерованы от 1 до 6.

↓ Вид сверху



Если смотреть на конструкцию сверху, будут видны только 5 костей.

## Вопрос 1: КОНСТРУКЦИЯ ИЗ ИГРАЛЬНЫХ КОСТЕЙ

Подсчитайте общее количество точек на гранях костей, которые можно увидеть, если посмотреть на конструкцию сверху.

Количество видимых точек: .....

## КОНСТРУКЦИЯ ИЗ ИГРАЛЬНЫХ КОСТЕЙ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретировать необходимую перспективу по фотографии трехмерной конструкции.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 2: 17

**Ответ принимается частично**

Код 1: 16

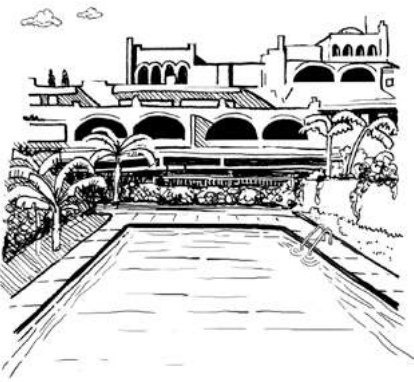
**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ЖИЛЬЕ ДЛЯ ОТДЫХА

Кристина нашла в Интернете жилье для отдыха, выставленное на продажу. Она хочет купить данное жилье, чтобы сдавать его отдыхающим.

Количество комнат:	1 х гостиная и столовая 1 х спальня 1 х ванная	<p><b>Цена: 200 000 зед</b></p> 
Площадь:	60 квадратных метров (м <sup>2</sup> )	
Парковка:	есть	
Время до центра города:	10 минут	
Расстояние до пляжа:	350 метров по прямой	
Среднее время пребывания гостей за последние 10 лет:	315 дней в год	

## Вопрос 1: ЖИЛЬЕ ДЛЯ ОТДЫХА

Для определения стоимости жилья Кристина решила заказать экспертную оценку. Эксперт использует следующие критерии для определения стоимости жилья:

<b>Цена за м<sup>2</sup></b>	<b>Базовая цена:</b>	2500 зед за м <sup>2</sup>			
<b>Критерии дополнительно й стоимости</b>	<b>Время до центра города:</b>	Больше 15 минут: +0 зед	5 – 15 минут: +10 000 зед	Менее 5 минут: +20 000 зед	
	<b>Расстояние до пляжа (по прямой):</b>	Больше 2 км: +0 зед	1 - 2 км: +5000 зед	0,5 – 1 км: +10 000 зед	Менее 0,5 км: +15 000 зед
	<b>Парковка:</b>	Нет: +0 зед	Есть: +35 000 зед		

Если стоимость, определенная экспертом, выше, чем цена продавца, то предложение считается очень выгодным для Кристины.

Исходя из критериев эксперта, продемонстрируйте, что предложение является очень выгодным.

.....



.....  
.....  
.....  
.....

## ЖИЛЬЕ ДЛЯ ОТДЫХА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

### ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Оценить определенные критерии с учетом цены за дом для отдыха.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Применять

### **Ответ принимается полностью**

Код 1: Ответ, который демонстрирует, что, согласно критериям эксперта, стоимость жилья составляет 210 000 зед, что превышает цену продавца (200 000 зед), поэтому предложение является очень выгодным. *[Стоимость эксперта (210 000 зед) должна быть явно упомянута, а цена продавца может упоминаться как явно, так и неявно.]*

- Стоимость, вычисленная экспертом, составляет 210 000 зед. Это больше, чем цена, указанная продавцом, поэтому это выгодное предложение.
- 210 000 зед больше, чем цена продавца.

### **Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ЖИЛЬЕ ДЛЯ ОТДЫХА

Среднее время пребывания гостей в жилье за последние 10 лет составляет 315 дней в год.

Определите, можно ли из данной информации сделать следующие выводы. Обведите «Да» или «Нет» для каждого утверждения.

Вывод	Можно ли его сделать, исходя из вышеизложенной информации?
Можно с уверенностью сказать, что в данном жилье для отдыха в течение именно 315 дней в хотя бы одном году из 10 последних лет находились гости.	Да / Нет
Теоретически можно сказать, что за последние 10 лет в жилье каждый год на протяжении более чем 315 дней находились гости.	Да / Нет
Теоретически можно сказать, что в 1 год из последних 10 лет жилье вообще не использовалось гостями.	Да / Нет

**Допущение: в году 365 дней.**

**ЖИЛЬЕ ДЛЯ ОТДЫХА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

**ЦЕЛЬ ВОПРОСА:**

Описание: Интерпретировать значение средней величины.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

***Ответ принимается полностью***

Код 1: Три правильных ответа в следующем порядке: Нет, Нет, Да.

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

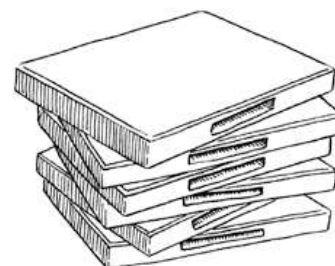
Код 9: Ответ отсутствует.

# ПРОКАТ DVD-ДИСКОВ

Яна работает в магазине, который занимается прокатом DVD-дисков и компьютерных игр.

Ежегодный взнос за абонемент в данном магазине составляет 10 зед.

Для тех, у кого есть абонемент в данном магазине, цена на аренду DVD-дисков ниже, чем для тех, у кого нет абонемента, что отражено в следующей таблице.



Цена на аренду одного DVD-диска для клиентов без абонемента	Цена на аренду одного DVD-диска для клиентов с абонементом
3,20 зед	2,50 зед

## Вопрос 1: ПРОКАТ DVD-ДИСКОВ

У Егора был абонемент магазина в прошлом году.

В прошлом году он потратил 52,50 зед, включая взнос за абонемент.

Сколько денег потратил бы Егор, если бы у него не было абонемента, но он арендовал бы такое же количество DVD-дисков?

Сумма: ..... зед

## ПРОКАТ DVD-ДИСКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Вычислить и сравнить числа в бытовой ситуации.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Применять

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 54,40

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ПРОКАТ DVD-ДИСКОВ

Какое минимальное количество DVD-дисков нужно арендовать, чтобы покрыть стоимость абонемента? Подтвердите свой ответ вычислениями.

.....  
.....

.....  
Количество DVD-дисков: .....

## ПРОКАТ DVD-ДИСКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Вычислить и сравнить числа в бытовой ситуации.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Личный

Познавательная деятельность: Формулировать

### **Ответ принимается полностью**

Код 21: 15. *[Алгебраическое решение с верным объяснением.]*

- $3,20x = 2,50x + 10$   
 $0,70x = 10$   
 $x = 10 / 0,70 \approx 14,2$   
Ответ: 15 дисков
- $3,20x > 2,50x + 10$  *[Такие же шаги, только в виде неравенства.]*

Код 22: 15. *[Арифметическое решение с верным объяснением.]*

- Клиент с абонементом экономит 0,70 зед с каждого DVD. Так как цена за абонемент составляет 10 зед, нужно сэкономить данную сумму, чтобы покрыть затраты.  $10 / 0,7 = 14,2$ . Итого 15 дисков.

Код 23: 15. *[Правильное решение с помощью метода проб и ошибок: ученик прикидывает количество дисков, вычисляет стоимость для клиентов с абонементом и без него и приходит таким образом к верному количеству (15), за которое клиент с абонементом платит меньше, чем клиент без него.]*

- 10 дисков = 32 зед для клиентов без абонемента и 25 зед + 10 зед = 35 зед для клиентов с абонементом. Попробуем взять число побольше. Аренда 15 дисков стоит 54 зед для клиентов без абонемента и  $37,50 + 10 = 47,50$  зед для клиентов с абонементом. Попробуем взять число меньше, чем 15. Аренда 14 дисков стоит 44,80 зед для клиентов без абонемента и  $35 + 10 = 45$  зед для клиентов с абонементом. Ответ: 15 дисков.

Код 24: 15. *[С другим верным объяснением.]*

### **Ответ принимается частично**

Код 11: 15. *[Объяснение или вычисление отсутствует.]*

Код 12: Верные вычисления с неверным округлением.

- 14
- 14,2
- 14,3
- 14,28 ...

### **Ответ не принимается**

Код 00: Другие ответы.

Код 99: Ответ отсутствует.

# КАБЕЛЬНОЕ ТЕЛЕВИДЕНИЕ

Таблица, представленная ниже, содержит информацию о наличии телевизоров в семьях пяти стран. Также в данной таблице представлены процентные доли семей, у которых есть телевизор, и которые подключены к кабельному телевидению.



Страна	Количество семей, в которых есть телевизоры	Процентная доля семей, в которых есть телевизоры, по сравнению со всеми семьями	Процентная доля семей, которые подключены к кабельному телевидению, по сравнению со всеми семьями, в которых есть телевизоры
Япония	48 миллионов	99,8%	51,4%
Франция	24,5 миллиона	97%	15,4%
Бельгия	4,4 миллиона	99%	91,7%
Швейцария	2,8 миллиона	85,8%	98%
Норвегия	2 миллиона	97,2%	42,7%

Источники: ITU, World Telecommunication Indicators 2004/2005  
ITU, World Telecommunication/ICT Development Report 2006

## Вопрос 1: КАБЕЛЬНОЕ ТЕЛЕВИДЕНИЕ

В таблице указано, что в Швейцарии у 85,8% семей есть телевизоры.

Исходя из информации, приведенной в таблице, определите примерное количество семей в Швейцарии.

- A. 2,4 миллиона
- B. 2,9 миллиона
- C. 3,3 миллиона
- D. 3,8 миллиона

## КАБЕЛЬНОЕ ТЕЛЕВИДЕНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Применить пропорцию, основываясь на группе данных.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: C. 3,3 миллиона.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## **Вопрос 2: КАБЕЛЬНОЕ ТЕЛЕВИДЕНИЕ**

Кирилл изучает информацию о Франции и Норвегии, представленную в таблице.

Кирилл говорит: «Так как процентная доля семей, у которых есть телевизоры, практически одинакова для обеих стран, в Норвегии больше семей, подключенных к кабельному телевидению»

Объясните, почему это утверждение неверно.

### **КАБЕЛЬНОЕ ТЕЛЕВИДЕНИЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

**ЦЕЛЬ ВОПРОСА:**

Описание: Понять пропорцию, основываясь на информации, представленной в таблице.

Область математического содержания: Неопределенность и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

#### ***Ответ принимается полностью***

Код 11: Ответ, в котором сказано, что Кирилл должен был принять во внимание количество семей с телевизорами в обеих странах. [*Слово «семья» может быть заменено словом «население».*]

- Он неправ, потому что во Франции семей, обладающих телевизорами, на 22 миллиона больше, чем в Норвегии.
- Потому что численность населения Франции примерно в 10 раз больше численности населения Норвегии.
- Так как во Франции больше людей, количество людей, имеющих телевизор тоже больше, поэтому и количество семей с кабельным телевидением тоже больше.

Код 12: Ответ, основанный на вычислении количества семей, подключенных к кабельному телевидению, в обеих странах.

- Потому что во Франции  $24,5 \times 0,154 \approx 3,7$  миллиона семей, подключенных к кабельному телевидению, а в Норвегии  $2 \times 0,427 \approx 0,8$  миллиона таких семей. Во Франции больше пользователей кабельного телевидения.

#### ***Ответ не принимается***

Код 00: Другие ответы.

Код 99: Ответ отсутствует.

# ПРОДАЖА ГАЗЕТ

В Зедландии есть 2 газеты, которые хотят нанять продавцов. Объявления, представленные ниже, содержат информацию о заработной плате, которая предлагается продавцам.

**ЗЕДЛАНДСКАЯ ПРАВДА**

**НУЖНЫ ДЕНЬГИ?**

**ПРОДАВАЙТЕ НАШУ ГАЗЕТУ**

Мы заплатим вам 0,20 зед за каждую из 240 газет, которые вы продадите за неделю, а также 0,40 зед за каждую дополнительную газету, которую вы продадите.

**ЗЕДЛАНДИЯ СЕГОДНЯ**

**ХОРОШО ОПЛАЧИВАЕМАЯ РАБОТА, КОТОРАЯ НЕ ЗАНИМАЕТ МНОГО ВРЕМЕНИ!**

Продавайте газету «Зедландия сегодня» и зарабатывайте 60 зед в неделю, а также дополнительные 0,05 зед за каждую проданную газету.

## Вопрос 1: ПРОДАЖА ГАЗЕТ

В среднем Федор продает 350 копий газеты «Зедландская правда» в неделю.

Сколько в среднем зарабатывает Федор каждую неделю?

Ответ: ..... зед.

## ПРОДАЖА ГАЗЕТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Определить необходимую информацию для вычисления суммы.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 92 или 92,00.

**Ответ не принимается**

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 2: ПРОДАЖА ГАЗЕТ

Кристина продает газету «Зедландия сегодня». За одну неделю работы она получила 74 зед.

Сколько газет она продала за эту неделю?

Количество проданных газет: .....

## ПРОДАЖА ГАЗЕТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Определить необходимую информацию для вычисления количества.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Формулировать

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 280.

**Ответ не принимается**

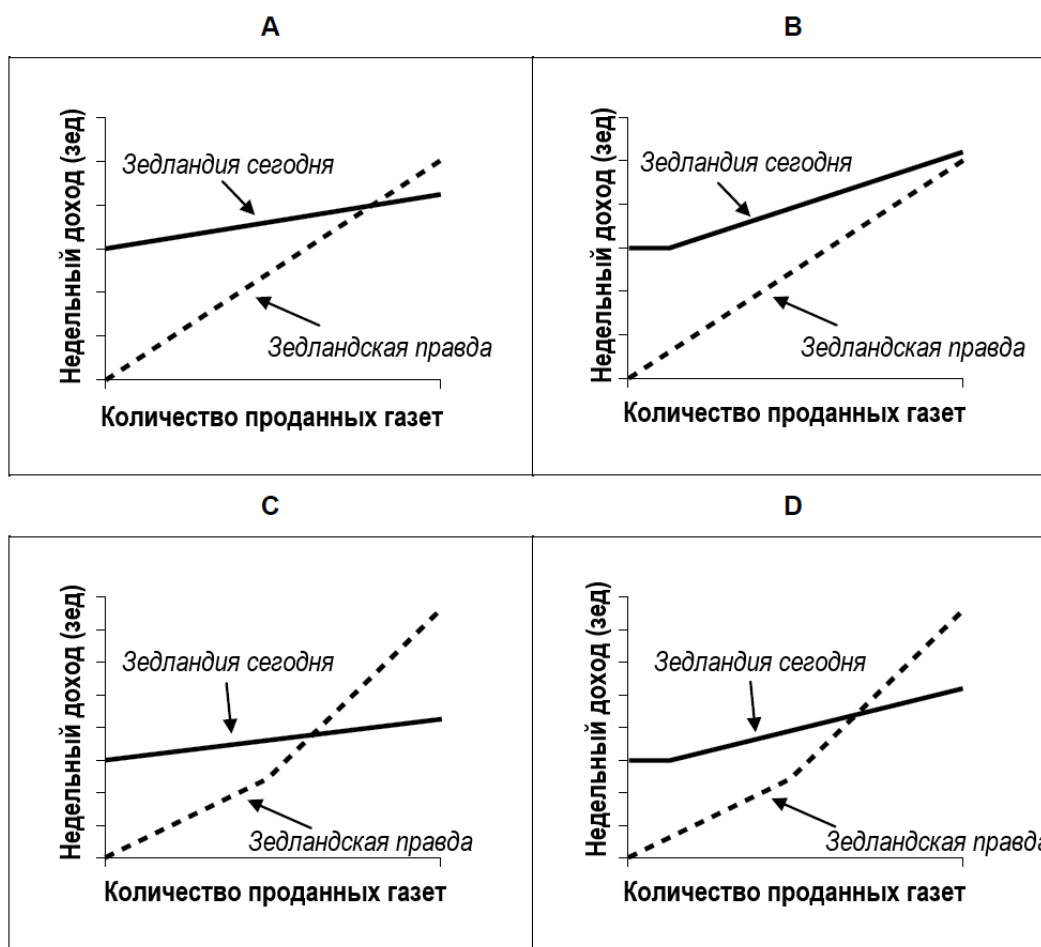
Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

## Вопрос 3: ПРОДАЖА ГАЗЕТ

Алексей хочет работать продавцом газет. Ему нужно выбрать между двумя газетами: «Зедландская правда» и «Зедландия сегодня».

Какой из предложенных графиков лучше всего отражает заработную плату, предложенную двумя газетами? Обведите А, В, С или D.





### **ПРОДАЖА ГАЗЕТ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Определить правильные математические модели, основываясь на двух линейных зависимостях, представленных графически.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

***Ответ принимается полностью***

Код 1: График С.

***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

# ЧАСТЬ 2: СПЕЦИФИКАЦИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

## *Introduction*

1. The assessment of mathematics has particular significance for PISA 2021, as mathematics is again the major domain assessed. Although mathematics was assessed by PISA in 2000, 2003, 2006, 2009, 2012, 2015 and 2018, the domain was the main area of focus only in 2003 and 2012.
2. The return of mathematics as the major domain in PISA 2021 provides both the opportunity to continue to make comparisons in student performance over time, and to re-examine what should be assessed in light of changes that have occurred in the world, the field and in instructional policies and practices.
3. Each country has a vision of mathematical competence and organises their schooling to achieve it as an expected outcome. Mathematical competence historically encompassed performing basic arithmetic skills or operations, including adding, subtracting, multiplying, and dividing whole numbers, decimals, and fractions; computing percentages; and computing the area and volume of simple geometric shapes. In recent times, the digitisation of many aspects of life, the ubiquity of data for making personal decisions involving initially education and career planning, and, later in life, health and investments, as well as major societal challenges to address areas such as climate change, governmental debt, population growth, spread of pandemic diseases and the globalising economy, have reshaped what it means to be mathematically competent and to be well equipped to participate as a thoughtful, engaged, and reflective citizen in the 21st century.
4. The critical issues listed above as well as others that are facing societies throughout the world all have a quantitative component to them. Understanding them, as well as addressing them, at least in part, requires being mathematically literate and thinking mathematically. Such mathematical thinking in more and more complex contexts is not driven by the reproduction of the basic computational procedures mentioned earlier, but rather by reasoning<sup>1</sup> (both deductive and inductive). The important role of reasoning needs greater emphasis in our understanding of what it means for students to be mathematically literate. In addition to problem solving, this framework argues that mathematical literacy in the 21st century includes mathematical reasoning and some aspects of computational thinking.
5. Countries today face new opportunities and challenges in all areas of life, many of which stem from the rapid deployment of computers and devices like robots, smartphones and networked machines. For example, the vast majority of young adults and students who started university post 2015 have always considered phones to be mobile hand-held devices capable of sharing voice, texts, and images and accessing the internet – capabilities seen as science fiction by many of their parents and certainly by all of their grandparents (Beloit College, 2017<sup>[1]</sup>). The recognition of the growing contextual discontinuity between the last century and the future has prompted a discussion around the development of 21st century skills in students (Ananiadou and Claro, 2009<sup>[2]</sup>; Fadel, Bialik and Trilling, 2015<sup>[3]</sup>; National Research Council, 2012<sup>[4]</sup>; Reimers and Chung, 2016<sup>[5]</sup>).

---

<sup>1</sup> Throughout this framework, references to mathematical reasoning assume both mathematical (deductive) and statistical (inductive) type reasoning.

6. It is this discontinuity that also drives the need for education reform and the challenge of achieving it. Periodically, educators, policy makers, and other stakeholders revisit public education standards and policies. In the course of these deliberations new or revised responses to two general questions are generated: 1) What do students need to learn, and 2) Which students need to learn what? The most used argument in defence of mathematics education for all students is its usefulness in various practical situations. However, this argument alone gets weaker with time – a lot of simple activities have been automated. Not so long ago waiters in restaurants would multiply and add on paper to calculate the price to be paid. Today they just press buttons on hand-held devices. Not so long ago people used printed timetables to plan travel – it required a good understanding of the time axis and inequalities as well as interpreting complex two-way tables. Today we can just make a direct internet inquiry.

7. As to the question of “what to teach”, many restrictive understandings arise from the way mathematics is conceived. Many people see mathematics as no more than a useful toolbox. A clear trace of this approach can be found in the school curricula of many countries. These are sometimes confined to a list of mathematics topics or procedures, with students asked to practice a selected few, in predictable (often test) situations. This perspective on mathematics is far too narrow for today’s world. It overlooks key features of mathematics that are growing in importance. Notwithstanding the above remark, there are an increasing number of countries that emphasise reasoning and the importance of relevant contexts in their curricula. Perhaps these countries can serve as helpful models to others.

8. Ultimately the answer to these questions is that every student should learn (and be given the opportunity to learn) to think mathematically, using mathematical reasoning (both deductive and inductive) in conjunction with a small set of fundamental mathematical concepts that support this reasoning and which themselves are not necessarily taught explicitly but are made manifest and reinforced throughout a student’s learning experiences. This equips students with a conceptual framework through which to address the quantitative dimensions of life in the 21st century.

9. The PISA 2021 framework is designed to make the relevance of mathematics to 15-year-old students clearer and more explicit, while ensuring that the items developed remain set in meaningful and authentic contexts. The mathematical modelling cycle, used in earlier frameworks (e.g. OECD (2004<sub>[6]</sub>; 2013<sub>[7]</sub>)) to describe the stages individuals go through in solving contextualised problems, remains a key feature of the PISA 2021 framework. It is used to help define the mathematical processes in which students engage as they solve problems – processes that together with mathematical reasoning (both deductive and inductive) will provide the primary reporting dimensions.

10. For PISA 2021, computer-based assessment of mathematics (CBAM) will be the primary mode of delivery for assessing mathematical literacy. However, paper-based assessment instruments will be provided for countries choosing not to test their students by computer. The framework has been updated to also reflect the change in delivery mode introduced in 2015, including a discussion of the considerations that should inform the development of the CBAM items as this will be the first major update to the mathematics framework since computer-based assessment was introduced in PISA.

11. The development of the PISA 2021 framework takes into account the expectation of OECD that there will be an increase in the participation in PISA of low- and middle-income countries. In particular the PISA 2021 framework recognises the need to increase the resolution of the PISA assessments at the lower end of the student performance distribution by drawing from the PISA for Development (OECD, 2017<sub>[8]</sub>) framework when developing the assessment; the need to expand the performance scale at the lower end; the importance of capturing a wider range of social and economic contexts; and the anticipation of incorporating an assessment of out-of-school 14- to 16-year-olds.

12. The increasing and evolving role of computers and computing tools in both day-to-day life and in mathematical literacy problem solving contexts is reflected in the recognition in the PISA 2021 framework that students should possess and be able to demonstrate computational thinking skills as they apply to mathematics as part of their problem-solving practice. Computational thinking skills include pattern recognition, designing and using abstraction, pattern decomposition, determining which (if any) computing tools could be employed in analysing or solving a problem, and defining algorithms as part of a detailed solution. By foregrounding the importance of computational thinking as it applies to mathematics, the framework anticipates a reflection by participating countries on the role of computational thinking in mathematics curricula and pedagogy.

13. The PISA 2021 mathematics framework is organised into three major sections. The first section, 'Definition of Mathematical Literacy', explains the theoretical underpinnings of the PISA mathematics assessment, including the formal definition of the *mathematical literacy* construct. The second section, 'Organisation of the Domain', describes four aspects: a) mathematical reasoning and the three mathematical *processes* (of the modelling/problem solving cycle); b) the way mathematical *content* knowledge is organised in the PISA 2021 framework, and the content knowledge that is relevant to an assessment of 15-year-old students; c) the relationship between mathematical literacy and the so-called *21st Century skills*; and d) the *contexts* in which students will face mathematical challenges. The third section, 'Assessing Mathematical Literacy', outlines structural issues about the assessment, including a test blueprint and other technical information.

14. For the sake of ensuring the preservation of trend, the majority of the items in the PISA 2021 will be items that have been used in previous PISA assessments. A large collection of release items based on the previous framework can be found at <http://www.oecd.org/pisa/test>. **Annex A** provides seven illustrative items that attempt to illustrate the most important new elements of the 2021 framework.

15. The 2021 framework was written under the guidance of the 2021 mathematics expert group (MEG), a body appointed by the PISA contractor for the mathematics framework (RTI International), in consultation with the PISA Governing Board (PGB). The eight MEG members included mathematicians, statisticians, mathematics educators, and experts in assessment, technology, and education research from a range of countries. The MEG were further supported by an extended MEG (eMEG) group, made up of ten experts acting as peer reviewers of the framework version created by the MEG. The eMEG included experts with a range of mathematics expertise from differing countries. Additional reviews were undertaken by experts on behalf of the over 80 countries constituting the PISA Governing Board. RTI International, as contracted by the Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), conducted two further research efforts: a face validity validation survey amongst educators, universities and employers; and a cognitive laboratory with 15-year-olds in different countries to obtain student feedback on the sample items presented in the framework. The work of the PISA 2021 MEG builds on previous versions of the PISA Mathematics Framework and incorporates the recommendations of the Mathematics Strategic Advisory Group convened by OECD in 2017.

## Definition of Mathematical Literacy

16. An understanding of mathematics is central to a young person's preparedness for participation in and contribution to modern society. A growing proportion of problems and situations encountered in daily life, including in professional contexts, require some level of understanding of mathematics before they can be properly understood and addressed. Mathematics is a critical tool for young people as they confront a wide range of issues and challenges in the various aspects of their lives.

17. It is therefore important to have an understanding of the degree to which young people emerging from school are adequately prepared to use mathematics to think about their lives, plan their futures, and reason about and solve meaningful problems related to a range of important issues in their lives. An assessment at age 15 provides countries with an early indication of how individuals may respond in later life to the diverse array of situations they will encounter that both involve mathematics and rely on mathematical reasoning (both deductive and inductive) and problem solving to make sense of.

18. As the basis for an international assessment of 15-year-old students, it is reasonable to ask: "What is important for citizens to know and be able to do in situations that involve mathematics?" More specifically, what does being mathematically competent mean for a 15-year-old, who may be emerging from school or preparing to pursue more specialised training for a career or university admission? It is important that the construct of mathematical literacy, which is used in this framework to denote *the capacity of individuals to reason mathematically and solve problems in a variety of 21st century contexts*, not be perceived as synonymous with minimal, or low-level, knowledge and skills. Rather, it is intended to describe the capacities of individuals to *reason mathematically and use mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena*. This conception of mathematical literacy recognises the importance of students developing a sound understanding of a range of mathematical concepts and processes and realising the benefits of being engaged in real-world explorations that are supported by that mathematics. The construct of mathematical literacy, as defined for PISA, strongly emphasises the need to develop students' capacity to use mathematics in context, and it is important that they have rich experiences in their mathematics classrooms to accomplish this. This is as true for those 15-year-old students who are close to the end of their formal mathematics training, students who will continue with the formal study of mathematics, as well as out of school 15-year-olds.

19. Mathematical literacy transcends age boundaries. For example, OECD's Programme for the International Assessment of Adult Competencies (PIAAC) defines numeracy as *the ability to access, use, interpret, and communicate mathematical information and ideas, in order to engage in and manage the mathematical demands of a range of situations in adult life*. The parallels between this definition for adults and the PISA 2021 definition of mathematical literacy for 15-year-olds are both marked and unsurprising.

20. The assessment of mathematical literacy for 15-year-olds must take into account relevant characteristics of these students; hence, there is a need to identify age-appropriate content, language and contexts. This framework distinguishes between broad categories of content that are important to mathematical literacy for individuals generally, and the specific content topics that are appropriate for 15-year-old students. Mathematical literacy is not an attribute that an individual either has or does not have. Rather, mathematical literacy is an attribute that is on a continuum, with some individuals being more mathematically literate than others – and with the potential for growth always present.

21. For the purposes of PISA 2021, mathematical literacy is defined as follows:

*Mathematical literacy is an individual's capacity to reason mathematically and to formulate, employ, and interpret mathematics to solve problems in a variety of real-world contexts. It includes concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena. It assists individuals to know the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective 21st century citizens.*

22. The PISA 2021 framework, when compared with the PISA 2003 and PISA 2012 frameworks, while appreciating and preserving the basic ideas of mathematical literacy developed there, acknowledges a number of shifts in the world of the student which in turn signal a shift on how to assess mathematical literacy in comparison to the approach used in previous frameworks. The trend is to move away from the need to perform basic calculations to a rapidly changing world driven by new technologies and trends in which citizens are creative and engaged, making judgements for themselves and the society in which they live.

23. As technology will play a growing role in the lives of students, the long-term trajectory of mathematical literacy should also encompass the synergistic and reciprocal relationship between mathematical thinking and computational thinking, introduced in (Wing 2006<sup>2</sup>) as “the way computer scientists think” and regarded as a thought process entailed in formulating problems and designing their solutions in a form that can be executed by a computer, a human, or a combination of both (Wing 2011<sup>3</sup>). The roles computational thinking play in mathematics include how specific mathematical topics interact with specific computing topics, and how mathematical reasoning complements computational thinking (Gadanidis, 2015<sup>[9]</sup>; Rambally, 2017<sup>[10]</sup>). For example, Pratt and Noss (2002<sup>[11]</sup>) discuss the use of a computational microworld for developing mathematical knowledge in the case of randomness and probability; Gadanidis et al. (2018<sup>[12]</sup>) propose an approach to engage young children with ideas of group theory, using a combination of hands-on and computational thinking tools. Hence, while mathematics education evolves in terms of the tools available and the potential ways to support students in exploring the powerful ideas of the discipline (Pei, Weintrop and Wilensky, 2018<sup>[13]</sup>), the thoughtful use of computational thinking tools and skill sets can deepen the learning of mathematics contents by creating effective learning conditions (Weintrop et al., 2016<sup>[14]</sup>). Moreover, computational thinking tools offer students a context in which they can reify abstract constructs (by exploring and engaging with maths concepts in a dynamic way) (Wing 2008<sup>4</sup>), as well as express ideas in new ways and interact with concepts through media and new representational tools (Grover, 2018<sup>[15]</sup>; Niemelä et al., 2017<sup>[16]</sup>; Pei, Weintrop and Wilensky, 2018<sup>[13]</sup>; Resnick et al., 2009<sup>[17]</sup>).

### **A View of Mathematically Literate Individuals in PISA 2021**

24. The focus of the language in the definition of mathematical literacy is on active engagement with mathematics to solve real-world problems in a variety of contexts, and is intended to encompass mathematical reasoning (both deductive and inductive) and problem solving using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena.

25. It is important to note that the definition of mathematical literacy not only focuses on the use of mathematics to solve real-world problems, but also identifies mathematical reasoning as a core aspect of being mathematically literate. The contribution that the PISA 2021 framework makes is to

---

<sup>2</sup> (Wing 2006) is J.Wing, *Computational Thinking*, Communications of the ACM, Vol. 49, No. 3, March 2006, pp. 33–35.

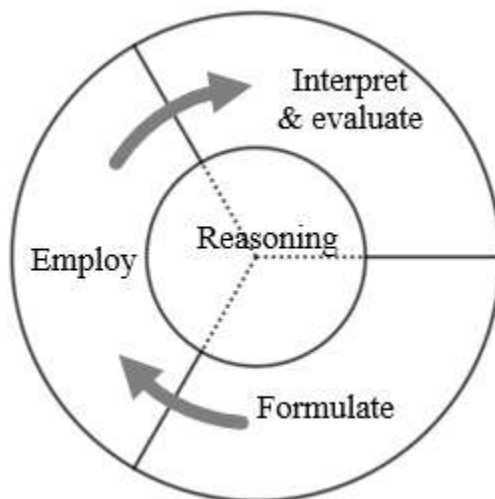
<sup>3</sup> J. Wing, *Computational Thinking – What and Why?*, The Magazine of Carnegie Mellon University's School of Computer Science, March 2011. The LINK, Research Notebook. <https://www.cs.cmu.edu/link/research-notebook-computational-thinking-what-and-why>.

<sup>4</sup> J. Wing, *Computational thinking and thinking about computing*, Philosophical Transactions of The Royal Society A, 366:3717-3725, 2008

highlight the centrality of mathematical reasoning both to the problem solving cycle and to mathematical literacy in general.

26. **Figure 1** depicts the relationship between mathematical reasoning (both deductive and inductive) and problem solving as reflected in the mathematical modelling cycle of both the PISA 2003 and PISA 2012 framework.

**Figure 1. Mathematical literacy: the relationship between mathematical reasoning and the problem solving (modelling) cycle.**



27. In order for students to be mathematically literate they must be able, first to use their mathematics content knowledge to recognise the mathematical nature of a situation (problem) especially those situations encountered in the real world and then to formulate it in mathematical terms. This transformation – from an ambiguous, messy, real-world situation to a well-defined mathematics problem – requires mathematical reasoning. Once the transformation is successfully made, the resulting mathematical problem needs to be solved using the mathematics concepts, algorithms and procedures taught in schools. However, it may require the making of strategic decisions about the selection of those tools and the order of their application – this is also a manifestation of mathematical reasoning. Finally, the PISA definition reminds us of the need for the student to evaluate the mathematical solution by interpreting the results within the original real-world situation. Additionally, students should also possess and be able to demonstrate computational thinking skills as part of their problem-solving practice. These computational thinking skills which are applied in formulating, employing, evaluating and reasoning include pattern recognition, decomposition, determining which (if any) computing tools could be employed in the analysing or solving the problem, and defining algorithms as part of a detailed solution.

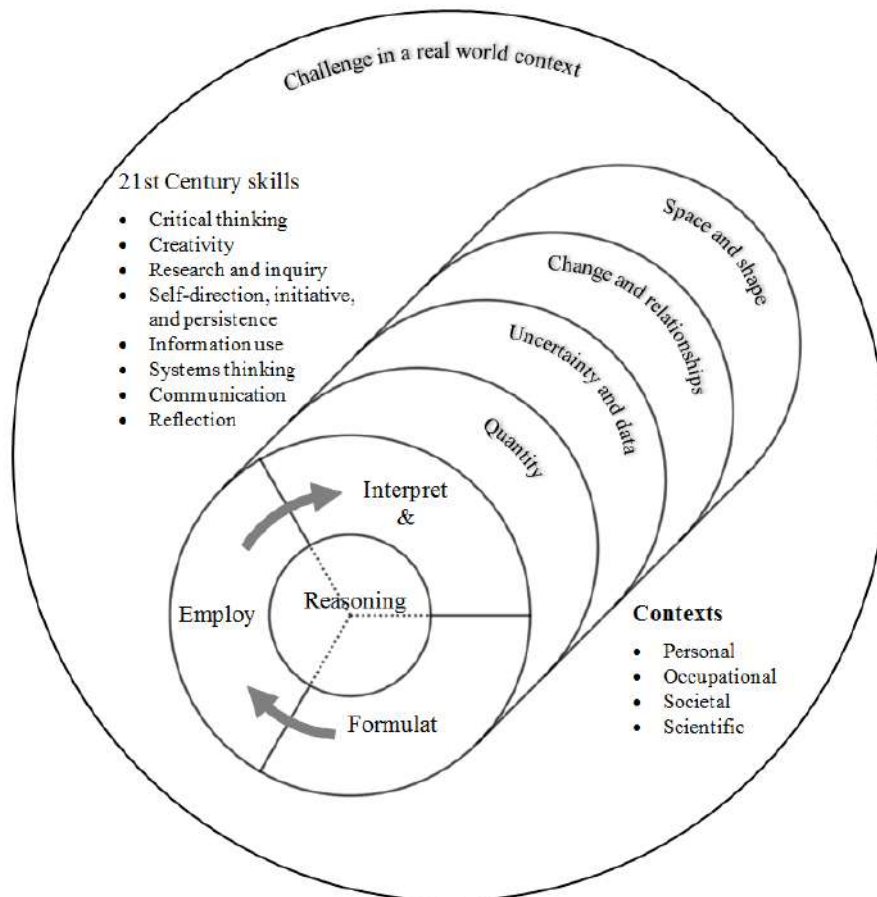
28. Although mathematical reasoning and solving real-world problems overlap, there is an aspect to mathematical reasoning which goes beyond solving practical problems. Mathematical reasoning is also a way of evaluating and making arguments, evaluating interpretations and inferences related to statements (e.g. in public policy debates etc.) and problem solutions that are, by their quantitative nature, best understood mathematically.

29. Mathematical literacy therefore comprises two related aspects: *mathematical reasoning* and *problem solving*. *Mathematical literacy* plays an important role in being able to use mathematics to *solve real-world problems*. In addition, mathematical reasoning (both deductive and inductive) also goes beyond solving real-world problems to include the making of informed judgements about that important family of societal issues which can be addressed mathematically. It also includes making

judgements about the validity of information that bombards individuals by means of considering their quantitative and logical, implications. It is here where mathematical reasoning also contributes to the development of a select set of 21st century skills (discussed elsewhere in the framework).

30. The outer circle of Figure 2 shows that mathematical literacy takes place in the context of a challenge or problem that arises in the real world.

**Figure 2. PISA 2021: the relationship between mathematical reasoning, the problem solving (modelling) cycle, mathematical contents, context and selected 21st century skills.**



31. Figure 2 also depicts the relationship between mathematical literacy as depicted in Figure 1 and: the mathematical contents domains in which mathematical literacy is applied; the problem contexts and the selected 21st century skills that are both supportive of and developed through mathematical literacy.

32. These categories of mathematics content include: quantity, uncertainty and data, change and relationships, and space and shape. It is these categories of mathematics content knowledge which students must draw on to reason, to formulate the problem (by transforming the real world situation into a mathematical problem situation), to solve the mathematical problem once formulated, and to interpret and evaluate the solution determined.

33. As in the previous frameworks, the four context areas that PISA continues to use to define real-world situations are personal, occupational, societal and scientific. The context may be of a personal nature, involving problems or challenges that might confront an individual or one's family or peer group. The problem might instead be set in a societal context (focusing on one's community – whether it be local, national or global), an occupational context (centred on the world



of work), or a scientific context (relating to the application of mathematics to the natural and technological world).

34. Included for the first time in the PISA 2021 framework (and depicted in Figure 2) are selected 21st century skills that mathematical literacy both relies on and develops. 21st century skills are discussed in greater detail in the next section of this framework. For now, it should be stressed that while contexts (personal, societal, occupational and scientific) influence the development of test items, there is no expectation that items will be deliberately developed to incorporate or address 21st century skills. Instead, the expectation is that by responding to the spirit of the framework and in line with the definition of mathematical literacy, the 21st century skills that have been identified will be incorporated in the items.

35. The language of the definition and the representation in Figure 1 and Figure 2 retain and integrate the notion of mathematical modelling, which has historically been a cornerstone of the PISA framework for mathematics e.g. (OECD, 2004<sub>[6]</sub>; OECD, 2013<sub>[7]</sub>). The modelling cycle (formulate, employ, interpret and evaluate) is a central aspect of the PISA conception of mathematically literate students; however, it is often not necessary to engage in every stage of the modelling cycle, especially in the context of an assessment (Galbraith, Henn and Niss, 2007<sub>[18]</sub>). It is often the case that significant parts of the mathematical modelling cycle have been undertaken by others, and the end user carries out some of the steps of the modelling cycle, but not all of them. For example, in some cases, mathematical representations, such as graphs or equations, are given that can be directly manipulated in order to answer some question or to draw some conclusion. In other cases, students may be using a computer simulation to explore the impact of variable change in a system or environment. For this reason, many PISA items involve only parts of the modelling cycle. In reality, the problem solver may also sometimes oscillate between the processes, returning to revisit earlier decisions and assumptions. Each of the processes may present considerable challenges, and several iterations around the whole cycle may be required.

36. In particular, the verbs ‘formulate’, ‘employ’ and ‘interpret’ point to the three processes in which students as active problem solvers will engage. Formulating situations mathematically involves applying mathematical reasoning (both deductive and inductive) in identifying opportunities to apply and use mathematics – seeing that mathematics can be applied to understand or resolve a particular problem or challenge presented. It includes being able to take a situation as presented and transform it into a form amenable to mathematical treatment, providing mathematical structure and representations, identifying variables and making simplifying assumptions to help solve the problem or meet the challenge. Employing mathematics involves applying mathematical reasoning while using mathematical concepts, procedures, facts and tools to derive a mathematical solution. It includes performing calculations, manipulating algebraic expressions and equations or other mathematical models, analysing information in a mathematical manner from mathematical diagrams and graphs, developing mathematical descriptions and explanations and using mathematical tools to solve problems. Interpreting mathematics involves reflecting upon mathematical solutions or results and interpreting them in the context of a problem or challenge. It involves applying mathematical reasoning to evaluate mathematical solutions in relation to the context of the problem and determining whether the results are reasonable and make sense in the situation; determining also what to highlight when explaining the solution.

37. Included for the first time in the PISA 2021 framework is an appreciation of the intersection between mathematical and computational thinking engendering a similar set of perspectives, thought processes and mental models that learners need to succeed in an increasingly technological world. A set of constituent practices positioned

under the computational thinking umbrella (namely abstraction, algorithmic thinking, automation, decomposition and generalisation) are also central to both mathematical reasoning and problem solving processes. The nature of computational thinking within mathematics is conceptualised as

defining and elaborating mathematical knowledge that can be expressed by programming, allowing students to dynamically model mathematical concepts and relationships. A taxonomy of computational thinking practices geared specifically towards mathematics and science learning entails data practices, modelling and simulation practices, computational problem solving practices, and systems thinking practices (Weintrop et al., 2016<sub>[14]</sub>). The combination of mathematical and computational thinking not only becomes essential to effectively support the development of students' conceptual understanding of the mathematical domain, but also to develop their computational thinking concepts and skills, giving learners a more realistic view of how mathematics is practiced in the professional world and used in the real-world and, in turn, better prepares them for pursuing careers in related fields (Basu et al., 2016<sub>[19]</sub>; Benton et al., 2017<sub>[20]</sub>; Pei, Weintrop and Wilensky, 2018<sub>[13]</sub>; Beheshti et al., 2017<sub>[21]</sub>).

### **An Explicit Link to a Variety of Contexts for Problems in PISA 2021**

38. The reference to 'a variety of real-world contexts' in the definition of mathematical literacy recognises that the 21st century citizen is a consumer of quantitative, sometimes statistical, arguments. The reference is intended as a way to link to the specific contexts that are described and exemplified more fully later in this framework. The specific contexts themselves are not so important, but the four categories selected for use here (personal, occupational, societal and scientific) reflect a wide range of situations in which individuals may meet mathematical opportunities. The definition also acknowledges that mathematical literacy helps individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and to make the kinds of well-founded judgments and decisions required of constructive, engaged and reflective citizens faced with messages and arguments of the form: "a study found that on average...", "a survey shows a big drop in...", "certain scientists claim that population growth will outpace food production in x years ..." etc.

### **A Visible Role for Mathematical Tools, including Technology in PISA 2021**

39. The definition of mathematical literacy explicitly includes the use of mathematical tools. These tools include a variety of physical and digital equipment, software and calculation devices. Computer-based mathematical tools are in common use in workplaces of the 21st century, and will be increasingly more prevalent as the century progresses both in the workplace and in society generally. The nature of day-to-day and work-related problems and the demands on individuals to be able to employ mathematical reasoning (both deductive and inductive) in situations where computational tools are present has expanded with these new opportunities – creating enhanced expectations for mathematical literacy.

40. Since the 2015 cycle, computer-based assessment (CBA) has been the primary mode of testing, although an equivalent paper-based instrument is available for those countries who chose not to test their students by computer. The 2015 and 2018 mathematical literacy assessments did not exploit the opportunities that the computer provides.

41. Computer-Based Assessment of Mathematics (CBAM) will be the format of the mathematical literacy from 2021. Although the option of a paper based assessment will remain for countries who want to continue in that way, the CBAM will exploit the opportunities of the CBAM. The opportunities that this transition creates are discussed in greater detail later in the framework.

## Organisation of the Domain

42. The PISA mathematics framework defines the domain of mathematics for the PISA survey and describes an approach to the assessment of the mathematical literacy of 15-year-olds. That is, PISA assesses the extent to which 15-year-old students can reason mathematically and handle mathematics adeptly when confronted with situations and problems – the majority of which are presented in real-world contexts.

43. For purposes of the assessment, the PISA 2021 definition of mathematical literacy can be analysed in terms of three interrelated aspects (see Figure 2):

- Mathematical reasoning (both deductive and inductive) and problem solving (which includes the mathematical processes that describe what individuals do to connect the context of the problem with mathematics and thus solve the problem);
- The mathematical content that is targeted for use in the assessment items; and
- The contexts in which the assessment items are located coupled with selected<sup>5</sup> 21st century skills that support and are developed by mathematical literacy.

44. The following sections elaborate these aspects to support understanding and to provide guidance to the test developers. In highlighting these aspects of the domain, the PISA 2021 mathematics framework helps to ensure that assessment items developed for the survey reflect a range of mathematical reasoning and problem solving, content, and contexts and 21st century skills, so that, considered as a whole, the set of assessment items effectively operationalises what this framework defines as mathematical literacy. Several questions, based on the PISA 2021 definition of mathematical literacy lie behind the organisation of this section of the framework. They are:

- What do individuals engage in when reasoning mathematically and solving contextual mathematical problems?
- What mathematical content knowledge can we expect of individuals – and of 15-year-old students in particular?
- In what context is mathematical literacy able to be both observed and assessed and how do these interact with the identified 21st century skills?

### Mathematical Reasoning and Problem Solving Processes

#### *Mathematical reasoning*

45. Mathematical reasoning (both deductive and inductive) involves evaluating situations, selecting strategies, drawing logical conclusions, developing and describing solutions, and recognising how those solutions can be applied. Students reason mathematically when they:

- Identify, recognise, organise, connect, and represent,
- Construct, abstract, evaluate, deduce, justify, explain, and defend; and
- Interpret, make judgements, critique, refute, and qualify.

---

<sup>5</sup> The selected skills were recommended by the OECD Subject Advisory Group (SAG) (*PISA 2021 Mathematics: A Broadened Perspective* [EDU/PISA/GB(2017)17] by finding the union between generic 21st Century skills and related but subject-matter specific skills that are a natural part of the instruction related in the subject matter. The advisory group identified eight 21st Century skills for inclusion in the mathematics curriculum and, as such, in the PISA 2021 assessment framework. These skills are listed in paragraph 124.

46. The ability to reason logically and to present arguments in honest and convincing ways is a skill that is becoming increasingly important in today's world. Mathematics is a science about well-defined objects and notions which can be analysed and transformed in different ways using 'mathematical reasoning' to obtain conclusions about which we are certain. Through mathematics, students learn that using appropriate reasoning they can reach results and conclusions which they can trust to be true. Further, those conclusions are logical and objective, and hence impartial, without any need for validation by an external authority. This kind of reasoning which is useful far beyond mathematics, can be learned and practiced most effectively within mathematics.

47. Two aspects of mathematical reasoning are especially important in today's world and in defining the PISA items. One is deduction from clear assumptions (deductive reasoning), which is a characteristic feature of mathematical process. The usefulness of this ability has already been stressed. The second important dimension is statistical and probabilistic (inductive) reasoning. At the logical level, there is these days frequent confusion in the minds of individuals between the possible and the probable, leading many to fall prey to conspiracy theories or fake news. From a technical perspective, today's world is increasingly complex and its multiple dimensions are represented by terabytes of data. Making sense of these data is one of the biggest challenges that humanity will face in the future. Our students should be familiarised with the nature of such data and making informed decisions in the context of variation and uncertainty.

48. Mathematical reasoning (both deductive and inductive), enabled by some key understandings that undergird school mathematics, is the core of mathematical literacy. Included among these key understandings are:

- Understanding quantity, number systems and their algebraic properties;
- Appreciating the power of abstraction and symbolic representation;
- Seeing mathematical structures and their regularities;
- Recognising functional relationships between quantities;
- Using mathematical modelling as a lens onto the real world (e.g. those arising in the physical, biological, social, economic, and behavioural sciences); and
- Understanding variation as the heart of statistics.

The description of each of these that follows provides an overview of the understanding and how it supports reasoning. While the descriptions may appear abstract, the intention is not for them to be treated in an abstract way in the PISA assessment. The message that the descriptions should convey is how these ideas surface throughout school mathematics and how, by reinforcing their occurrence in teaching we support students to realise how they can be applied in new and different contexts.

#### *Understanding quantity, number systems and their algebraic properties*

49. The basic notion of quantity may be the most pervasive and essential mathematical aspect of engaging with, and functioning in, the world (OECD, 2017, p. 18<sub>[22]</sub>). At the most basic level it deals with the useful ability to compare cardinalities of sets of objects. The ability to count usually involves rather small sets – in most languages, only a small subset of numbers have names. When we assess larger sets, we engage in more complex operations of estimating, rounding and applying orders of magnitude. Counting is very closely related to another fundamental operation of classifying things, where the ordinal aspect of numbers emerges. Quantification of attributes of objects (measurement), relationships, situations and entities in the world is one of the most basic ways of conceptualising the surrounding world (OECD, 2017<sub>[22]</sub>).

50. Understanding quantity, number systems and their algebraic properties includes the basic concept of number, nested number systems (e.g., whole numbers to integers to rationals to reals),

the arithmetic of numbers, and the algebraic properties that the systems enjoy. In particular, it is useful to understand how progressively more expansive systems of numbers enable the solution of progressively more complicated equations. This lays the foundation for enabling students to see more evidence of mathematics in the real world in as they learn more mathematics.

51. To use quantification efficiently, one has to be able to apply not just numbers, but the number systems. Numbers themselves are of limited relevance; what makes them into a powerful tool are the operations that we can perform with them. As such, a good understanding of the operations of numbers is the foundation of mathematical reasoning.

52. It is also important to understand matters of representation (as symbols involving numerals, as points on a number line, as geometric quantities, and by special symbols such as  $\pi$ ) and how to move between them; the ways in which these representations are affected by number systems; the ways in which algebraic properties of these systems are relevant and matter for operating within the systems; and the significance of the additive and multiplicative identities, associativity, commutativity, and the distributive property of multiplication over addition. Algebraic principles undergird the place value system, allowing for economical expression of numbers and efficient approaches to operations on them. They are also central to number-line based operations with numbers, including work with additive inverses that are central to addition and subtraction of first integers, then rationals and finally reals.

53. The centrality of number as a key concept in all the other mathematical areas under consideration here and to mathematical reasoning itself, is undeniable. Students' grasp of the algebraic principles and properties first experienced through work with numbers is fundamental to their understanding of the concepts of secondary school algebra, along with their ability to become fluent in the manipulations of algebraic expressions necessary for solving equations, setting up models, graphing functions, and programing and making spreadsheet formulas. And in today's data-intensive world, facility with interpretation of patterns of numbers, comparison of patterns, and other numerical skills are evolving in importance.

54. *A broad understanding of quantity and number systems supports reasoning in the real-world applications of mathematics envisaged by this framework.*

#### *Appreciating the power of abstraction and symbolic representation*

55. The fundamental ideas of mathematics have arisen from human experience in the world and the need to provide coherence, order, and predictability to that experience. Many mathematical objects model reality, or at least reflect aspects of reality in some way. However, the essence of abstraction in mathematics is that it is a self-contained system, and mathematical objects derive their meaning from within that system. Abstraction involves deliberately and selectively attending to structural similarities between mathematical objects, and constructing relationships between those objects based on these similarities. In school mathematics, abstraction forms relationships between concrete objects, symbolic representations and operations including algorithms and mental models. This ability also plays a role in working with computational devices. The ability to create, manipulate, and draw meaning in working with abstractions in technological contexts is an important computational thinking skill.

56. For example, children begin to develop the concept of "circle" by experiencing specific objects that lead them to an informal understanding of circles as being "roundish". They might draw circles to represent these objects, noticing similarities between the drawings to generalise about "roundness" even though the circles are of different sizes. "Circle" becomes an abstract mathematical object when students start to "use" circles as objects in their work and more formally when it is defined as the locus of points equidistant from a fixed point in a two-dimensional plane.

57. Students use representations – whether text-based, symbolic, graphical, numerical, geometric or in programming code – to organise and communicate their mathematical thinking. Representations enable us to present mathematical ideas in a succinct way which, in turn, lead to efficient algorithms. Representations are also a core element of mathematical modelling, allowing students to abstract a simplified or idealised formulation of a real world problem. Such structures are also important for interpreting and defining the behaviour of computational devices.

58. *Having an appreciation of abstraction and symbolic representation supports reasoning in the real-world applications of mathematics envisaged by this framework by allowing students to move from the specific details of a situation to the more general features and to describe these in an efficient way.*

#### *Seeing mathematical structures and their regularities*

59. When elementary students see:  $5 + (3 + 8)$  some see a string of symbols indicating a computation to be performed in a certain order according to the rules of order of operations; others see a number added to the sum of two other numbers. The latter group are seeing structure; and because of that they don't need to be told about the order of operation, because if you want to add a number to a sum you first have to compute the sum.

60. Seeing structure continues to be important as students move to higher grades. A student who sees  $f(x) = 5 + (x - 3)^2$  as saying that  $f(x)$  is the sum of 5 and a square which is zero when  $x = 3$  understands that the minimum of  $f$  is 5. This lays the foundation for functional thinking discussed in the next section.

61. Structure is intimately related to symbolic representation. The use of symbols is powerful, but only if they retain meaning for the symboliser, rather than becoming meaningless objects to be rearranged on a page. Seeing structure is a way of finding and remembering the meaning of an abstract representation. Such structures are also important for interpreting and defining the behaviour of computational devices. Being able to see structure is an important conceptual aid to procedural knowledge.

62. The examples above illustrate how seeing structure in abstract mathematical objects is a way of replacing parsing rules, which can be performed by a computer, with conceptual images of those objects that make their properties clear. An object held in the mind in such a way is subject to reasoning at a level that is higher than simple symbolic manipulation.

63. A robust sense of mathematical structure also supports modelling. When the objects under study are not abstract mathematical objects, but rather objects from the real world to be modelled by mathematics, then mathematical structure can guide the modelling. Students can also impose structure on non-mathematical objects in order to make them subject to mathematical analysis. An irregular shape can be approximated by simpler shapes whose area is known. A geometric pattern can be understood by hypothesising translational, rotational, or reflectional transformations and symmetry and abstractly extending the pattern into all of space. Statistical analysis is often a matter of imposing a structure on a set of data, for example by assuming it comes from a normal distribution or supposing that one variable is a linear function of another, but measured with normally distributed error.

64. *Being able to see mathematical structures supports reasoning in the real-world applications of mathematics envisaged by this framework by allowing students to apply knowledge about situations or problems in one context to problems in another context that share a similar structure.*

#### *Recognising functional relationships between quantities*

65. Students in elementary school encounter problems where they must find specific quantities. For example, how fast do you have to drive to get from Tucson to Phoenix, a distance of 180 km,

in 1 hour and 40 minutes? Such problems have a specific answer: to drive 180 km in 1 hour and 40 minutes you must drive at 108 km per hour.

66. At some point students start to consider situations where quantities are variable, that is, where they can take on a range of values. For example, what is the relation between the distance driven,  $d$ , in kilometres, and time spent driving,  $t$ , in hours, if you drive at a constant speed of 108 km per hour? Such questions introduce functional relationships. In this case the relationship, expressed by the equation  $d = 108t$ , is a proportional relationship, the fundamental example and perhaps the most important for general knowledge.

67. Relationships between quantities can be expressed with equations, graphs, tables, or verbal descriptions. An important step in learning is to extract from these the notion of a function itself, as an abstract object of which these are representations. The essential elements of the concept are a domain, from which inputs are selected, a codomain, in which outputs lie, and a process for producing outputs from inputs.

68. *Recognising the functional relationships between the variables in the real-world applications of mathematics envisaged by this framework supports reasoning by allowing students to focus on how the interdependence of and interaction between the variables impacts on the situation.*

*Using mathematical modelling as a lens onto the real world*

69. Models represent a conceptualisation of phenomena. Models are simplifications of reality that foreground certain features of a phenomenon while approximating or ignoring other features. As such, “all models are wrong, but some are useful” (Box and Draper, 1987, p. 424<sub>[23]</sub>). The usefulness of a model comes from its explanatory and/or predictive power (Weintrop et al., 2016<sub>[14]</sub>). Models are, in that sense, abstractions of reality. A model may present a conceptualisation that is understood to be an approximation or working hypothesis concerning the object phenomenon or it may be an intentional simplification. Mathematical models are formulated in mathematical language and use a wide variety of mathematical tools and results (e.g., from arithmetic, algebra, geometry, etc.). As such, they are used as ways of precisely defining the conceptualisation or theory of a phenomenon, for analysing and evaluating data (does the model fit the data?), and for making predictions. Models can be operated – that is, made to run over time or with varying inputs, thus producing a simulation. When this is done, it is possible to make predictions, study consequences, and evaluate the adequacy and accuracy of the models. Throughout the modelling process cognisance needs to be taken of the real world parameters that impact on the model and the solutions developed using the model.

70. Computer-based (or computational) models provide the ability to test hypothesis, generate data, introduce randomness and so on. Mathematical literacy includes the ability to understand, evaluate and draw meaning from computational models.

71. *Using models in general and mathematical models in particular supports reasoning about the real-world applications of mathematics envisaged in this framework by encouraging students to focus on the most significant elements of the situations and in so doing to reduce the problem to its essence.*

*Understanding variation as the heart of statistics*

72. In statistics accounting for variability is one, if not the central, defining element around which the discipline is based. In today’s world people often deal with these types of situations by merely ignoring the variation and as a result suggesting sweeping generalisations which are often misleading, if not wrong, and as a result very dangerous. Bias in the social science sense is usually created by not accounting for the sources and magnitudes of the variability in the trait under discussion.

73. Statistics is essentially about accounting for or modelling variation as measured by the variance or in the case of multiple variables the covariance matrix. This provides a probabilistic environment in which to understand various phenomena as well as to make critical decisions. Statistics is in many ways a search for patterns in a highly variable context: trying to find the single defining “truth” in the midst of a great deal of random noise. “Truth” is set in quotes as it is not the nature of truth that mathematics can deliver but an estimate of truth set in a probabilistic context, accompanied by an estimate of the error contained in the process. Ultimately, the decision maker is left with the dilemma of never knowing for certain what the truth is. The estimate that has been developed is, at best a range of possible values – the better the process, for example, the larger the sample of data, the narrower the range of possible values, although a range cannot be avoided. Some aspects of this have been present in previous PISA cycles, the growing significance contributes to the increased stress in this framework.

74. *Understanding variation as a central feature of statistics supports reasoning about the real-world applications of mathematics envisaged in this framework in that students are encouraged to engage with data based arguments with awareness of the limitations of the conclusions that can be drawn.*

#### *Problem solving*

75. The definition of mathematical literacy refers to an individual’s capacity to formulate, employ, and interpret (and evaluate) mathematics. These three words, formulate, employ and interpret, provide a useful and meaningful structure for organising the mathematical processes that describe what individuals do to connect the context of a problem with the mathematics and solve the problem. Items in the 2021 PISA mathematics test will be assigned to either mathematical reasoning or one of three mathematical processes:

- Formulating situations mathematically;
- Employing mathematical concepts, facts, procedures and reasoning; and
- Interpreting, applying and evaluating mathematical outcomes.

76. It is important for both policy makers and those engaged more closely in the day-to-day education of students to know how effectively students are able to engage in each of these elements of the problem solving model/cycle. *Formulating* indicates how effectively students are able to recognise and identify opportunities to use mathematics in problem situations and then provide the necessary mathematical structure needed to formulate that contextualised problem in a mathematical form. *Employing* refers to how well students are able to perform computations and manipulations and apply the concepts and facts that they know to arrive at a mathematical solution to a problem formulated mathematically. *Interpreting* (and *evaluating*) relates to how effectively students are able to reflect upon mathematical solutions or conclusions, interpret them in the context of the real-world problem and determine whether the result(s) or conclusion(s) are reasonable and/or useful. Students’ facility at applying mathematics to problems and situations is dependent on skills inherent in all three of these stages, and an understanding of students’ effectiveness in each category can help inform both policy-level discussions and decisions being made closer to the classroom level.

77. Moreover, encouraging students to experience mathematical problem solving processes through computational thinking tools and practices encourage students to practice prediction, reflection and debugging skills (Brennan and Resnick, 2012<sub>[24]</sub>).

#### *Formulating Situations Mathematically*

78. The word *formulate* in the mathematical literacy definition refers to individuals being able to recognise and identify opportunities to use mathematics and then provide mathematical structure



to a problem presented in some contextualised form. In the process of formulating situations mathematically, individuals determine where they can extract the essential mathematics to analyse, set up and solve the problem. They translate from a real-world setting to the domain of mathematics and provide the real-world problem with mathematical structure, representations and specificity. They reason about and make sense of constraints and assumptions in the problem. Specifically, this process of formulating situations mathematically includes activities such as the following:

- selecting an appropriate model from a list;<sup>6</sup>
- identifying the mathematical aspects of a problem situated in a real-world context and identifying the significant variables;
- recognising mathematical structure (including regularities, relationships, and patterns) in problems or situations;
- simplifying a situation or problem in order to make it amenable to mathematical analysis (for example by decomposing);
- identifying constraints and assumptions behind any mathematical modelling and simplifications gleaned from the context;
- representing a situation mathematically, using appropriate variables, symbols, diagrams, and standard models;
- representing a problem in a different way, including organising it according to mathematical concepts and making appropriate assumptions;
- understanding and explaining the relationships between the context-specific language of a problem and the symbolic and formal language needed to represent it mathematically;
- translating a problem into mathematical language or a representation;
- recognising aspects of a problem that correspond with known problems or mathematical concepts, facts or procedures;
- choosing among an array of and employing the most effective computing tool to portray a mathematical relationship inherent in a contextualised problem; and
- creating an ordered series of (step-by-step) instructions for solving problems.

### *Employing Mathematical Concepts, Facts, Procedures and Reasoning*

79. The word *employ* in the mathematical literacy definition refers to individuals being able to apply mathematical concepts, facts, procedures, and reasoning to solve mathematically-formulated problems to obtain mathematical conclusions. In the process of employing mathematical concepts, facts, procedures and reasoning to solve problems, individuals perform the mathematical procedures needed to derive results and find a mathematical solution (e.g. performing arithmetic computations, solving equations, making logical deductions from mathematical assumptions, performing symbolic manipulations, extracting mathematical information from tables and graphs, representing and manipulating shapes in space, and analysing data). They work on a model of the problem situation, establish regularities, identify connections between mathematical entities, and create mathematical arguments. Specifically, this process of employing mathematical concepts, facts, procedures and reasoning includes activities such as:

- performing a simple calculation;<sup>7 \*\*</sup>
- drawing a simple conclusion; \*\*

---

<sup>6</sup> This activity is included in the list to foreground the need for the test items developers to include items that are accessible to students at the lower end of the performance scale.

<sup>7</sup> These activities (\*\*) are included in the list to foreground the need for the test items developers to include items that are accessible to students at the lower end of the performance scale.

- selecting an appropriate strategy from a list; \*\*
- devising and implementing strategies for finding mathematical solutions;
- using mathematical tools, including technology, to help find exact or approximate solutions;
- applying mathematical facts, rules, algorithms, and structures when finding solutions;
- manipulating numbers, graphical and statistical data and information, algebraic expressions and equations, and geometric representations;
- making mathematical diagrams, graphs, simulations, and constructions and extracting mathematical information from them;
- using and switching between different representations in the process of finding solutions;
- making generalisations and conjectures based on the results of applying mathematical procedures to find solutions;
- reflecting on mathematical arguments and explaining and justifying mathematical results; and
- evaluating the significance of observed (or proposed) patterns and regularities in data.

### *Interpreting, Applying and Evaluating Mathematical Outcomes*

80. The word *interpret* (and *evaluate*) used in the mathematical literacy definition focuses on the ability of individuals to reflect upon mathematical solutions, results or conclusions and interpret them in the context of the real-life problem that initiated the process. This involves translating mathematical solutions or reasoning back into the context of the problem and determining whether the results are reasonable and make sense in the context of the problem. *Interpreting, applying and evaluating mathematical outcomes* encompasses both the 'interpret' and 'evaluate' elements of the mathematical modelling cycle. Individuals engaged in this process may be called upon to construct and communicate explanations and arguments in the context of the problem, reflecting on both the modelling process and its results. Specifically, this process of interpreting, applying and evaluating mathematical outcomes includes activities such as:

- interpreting information presented in graphical form and/or diagrams;<sup>8</sup> \*\*
- evaluating a mathematical outcome in terms of the context; \*\*
- interpreting a mathematical result back into the real-world context;
- evaluating the reasonableness of a mathematical solution in the context of a real-world problem;
- understanding how the real world impacts the outcomes and calculations of a mathematical procedure or model in order to make contextual judgments about how the results should be adjusted or applied;
- explaining why a mathematical result or conclusion does, or does not, make sense given the context of a problem;
- understanding the extent and limits of mathematical concepts and mathematical solutions;
- critiquing and identifying the limits of the model used to solve a problem; and
- using mathematical thinking and computational thinking to make predictions, to provide evidence for arguments, to test and compare proposed solutions.

### **Mathematical Content Knowledge**

81. An understanding of mathematical content – and the ability to apply that knowledge to solving meaningful contextualised problems – is important for citizens in the modern world. That is, to reason mathematically and to solve problems and interpret situations in personal, occupational,

---

<sup>8</sup> These activities (\*\*) are included in the list to foreground the need for the test items developers to include items that are accessible to students at the lower end of the performance scale

societal and scientific contexts, there is a need to draw upon certain mathematical knowledge and understanding.

82. Since the goal of PISA is to assess mathematical literacy, an organisational structure for mathematical content knowledge is proposed that is based on mathematical phenomena that underlie broad classes of problems. Such an organisation for content is not new, as exemplified by two well-known publications: *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy* (Steen, 1990<sub>[25]</sub>) and *Mathematics: The Science of Patterns* (Devlin, 1994<sub>[26]</sub>).

83. The following content categories (previously used in 2012) are again used in PISA 2021 to reflect both the mathematical phenomena that underlie broad classes of problems, the general structure of mathematics, and the major strands of typical school curricula. These four categories characterise the range of mathematical content that is central to the discipline and illustrate the broad areas of content used in the test items for PISA 2021 (which will include PISA-D items to increase opportunities at the lower end of the performance spectrum):

- change and relationships
- space and shape
- quantity
- uncertainty and data

84. With these four categories, the mathematical domain can be organised in a way that ensures a spread of items across the domain and focuses on important mathematical phenomena, while at the same time, avoiding too granular a classification that would prevent the analysis of rich and challenging mathematical problems based on real situations.

85. While categorisation by content category is important for item development, selection and reporting of the assessment results, it is important to note that some items could potentially be classified in more than one content category.

86. National school mathematics curricula are typically organised around content strands (most commonly: numbers, algebra, functions, geometry, and data handling) and detailed topic lists help to define clear expectations. These curricula are designed to equip students with knowledge and skills that address these same underlying mathematical phenomena that organise the PISA content. The outcome is that the range of content arising from organising it in the way that PISA does is closely aligned with the content that is typically found in national mathematics curricula. This framework lists a range of content topics appropriate for assessing the mathematical literacy of 15-year-old students, based on analyses of national standards from eleven countries.

87. The broad mathematical content categories and the more specific content topics appropriate for 15-year-old students described in this section reflect the level and breadth of content that is eligible for inclusion in the PISA 2021 assessment. Descriptions of each content category and the relevance of each to reasoning and solving meaningful problems are provided, followed by more specific definitions of the kinds of content that are appropriate for inclusion in an assessment of mathematical literacy of 15-year-old students and out-of-school youth.

88. Four topics have been identified for special emphasis in the PISA 2021 assessment. These topics are not new to the mathematics content categories. Instead, these are topics within the existing content categories that deserve special emphasis. In the work of Mahajan et al. (*"PISA Mathematics 2021"*, (2016<sub>[27]</sub>)) the four topics are presented not only as commonly encountered situations in adult life in general, but as the types of mathematics needed in the emerging new areas of the economy such as high-tech manufacturing etc. The four are: growth phenomena; geometric approximations; computer simulations; and conditional decision making. These topics

should be approached in the test items in a way that is consistent with the experiences of 15-year-olds. Each topic is discussed with the discussion of the corresponding content category as follows:

- Growth phenomena (change and relationships)
- Geometric approximation (space and shape)
- Computer simulations (quantity)
- Conditional decision making (uncertainty and data)

### ***Change and Relationships***

89. The natural and designed worlds display a multitude of temporary and permanent relationships among objects and circumstances, where changes occur within systems of interrelated objects or in circumstances where the elements influence one another. In many cases these changes occur over time, and in other cases changes in one object or quantity are related to changes in another. Some of these situations involve discrete change; others change continuously. Some relationships are of a permanent, or invariant, nature. Being more literate about change and relationships involves understanding fundamental types of change and recognising when they occur in order to use suitable mathematical models to describe and predict change. Mathematically this means modelling the change and the relationships with appropriate functions and equations, as well as creating, interpreting and translating among symbolic and graphical representations of relationships.

90. Change and relationships is evident in such diverse settings as growth of organisms, music, seasonal change and cycles, weather patterns, employment levels and economic conditions. Aspects of the traditional mathematical content of functions and algebra, including algebraic expressions, equations and inequalities, tabular and graphical representations, are central in describing, modelling and interpreting change phenomena. Computational tools provide a means to visualise and interact with change and relationships. Recognising how and when a computational device can augment and complement mathematical concepts is an important computational thinking skill.

91. Representations of data and relationships described using statistics are also used to portray and interpret change and relationships, and a firm grounding in the basics of number and units is also essential to defining and interpreting change and relationships. Some interesting relationships arise from geometric measurement, such as the way that changes in perimeter of a family of shapes might relate to changes in area, or the relationships among lengths of the sides of triangles.

92. Growth phenomena: Understanding the dangers of flu pandemics and bacterial outbreaks, as well as the threat of climate change, demand that people think not only in terms of linear relationships but recognise that such phenomena need non-linear (often exponential but also other) models. Linear relationships are common and are easy to recognise and understand but to assume linearity can be dangerous. A good example of linearity and one probably used by everyone is estimating the distance travelled in various amounts of time while traveling at a given speed. Such an application provides a reasonable estimate as long as the speed stays relatively constant. But with flu epidemics, for example, such a linear approach would grossly underestimate the number of people sick in 5 days after the initial outbreak. Here is where a basic understanding of non-linear (including quadratic and exponential) growth and how rapidly infections can spread given that the rate of change increases from day to day is critical. The spread of the Zika infection is an important example of exponential growth; recognising it as such helped medical personnel to understand the inherent threat and the need for fast action.

93. Identifying growth phenomena as a focal point of the change and relationships content category is not to signal that there is an expectation that participating students should have studied

the exponential function and certainly the items will not require knowledge of the exponential function. Instead, the expectation is that there will be items that expect students to (a) recognise that not all growth is linear, (b) that non-linear growth has particular and profound implications on how we understand certain situations, and (c) appreciate the intuitive meaning of “exponential growth” as an extremely rapid rate of growth, for example in the earthquake scale, every increase by 1 unit on the Richter scale does not mean a proportional increase in its effect, but rather by 10, 100, and 1000 times etc.

### ***Space and Shape***

94. Space and shape encompasses a wide range of phenomena that are encountered everywhere in our visual and physical world: patterns, properties of objects, positions and orientations, representations of objects, decoding and encoding of visual information, navigation and dynamic interaction with real shapes as well as with representations, movement, displacement, and the ability to anticipate actions in space. Geometry serves as an essential foundation for space and shape, but the category extends beyond traditional geometry in content, meaning and method, drawing on elements of other mathematical areas such as spatial visualisation, measurement and algebra. For instance, shapes can change and a point can move along a locus, thus requiring function concepts. Measurement formulas are central in this area. The recognition, manipulation and interpretation of shapes in settings that call for tools ranging from dynamic geometry software to Global Positioning Systems (GPS), and to machine learning software are included in this content category.

95. PISA assumes that the understanding of a set of core concepts and skills is important to mathematical literacy relative to space and shape. Mathematical literacy in the area of space and shape involves a range of activities such as understanding perspective (for example in paintings), creating and reading maps, transforming shapes with and without technology, interpreting views of three-dimensional scenes from various perspectives and constructing representations of shapes.

96. Geometric approximations: Today’s world is full of shapes that do not follow typical patterns of evenness or symmetry. Because simple formulas do not deal with irregularity, it has become more difficult to understand what we see and find the area or volume of the resulting structures. For example, finding the needed amount of carpeting in a building in which the apartments have acute angles together with narrow curves demands a different approach than would be the case with a typically rectangular room.

97. Identifying geometric approximations as a focal point of the space and shape content category signals the need for students to be able use their understanding of traditional space and shape phenomena in a range of typical situations.

### ***Quantity***

98. The notion of quantity may be the most pervasive and essential mathematical aspect of engaging with, and functioning in, our world. It incorporates the quantification of attributes of objects, relationships, situations and entities in the world, understanding various representations of those quantifications and judging interpretations and arguments based on quantity. To engage with the quantification of the world involves understanding measurements, counts, magnitudes, units, indicators, relative size and numerical trends and patterns. Aspects of quantitative reasoning – such as number sense, multiple representations of numbers, elegance in computation, mental calculation, estimation and assessment of reasonableness of results – are the essence of mathematical literacy relative to quantity.

99. Quantification is a primary method for describing and measuring a vast set of attributes of aspects of the world. It allows for the modelling of situations, for the examination of change and relationships, for the description and manipulation of space and shape, for organising and

interpreting data and for the measurement and assessment of uncertainty. Thus mathematical literacy in the area of quantity applies knowledge of number and number operations in a wide variety of settings.

100. Computer simulations: Both in mathematics and statistics there are problems that are not so easily addressed because the required mathematics are complex or involve a large number of factors all operating in the same system or because of ethical issues relating to the impact on living beings or their environment. Increasingly in today's world such problems are being approached using computer simulations driven by algorithms. In the illustrative example *Savings Simulation* the student uses a computer simulation as a tool in decision making. The computer simulation does the calculations for the student, leaving the student to plan, predict and solve problems based on the variables that they can control.

101. Identifying computer simulations as a focal point of the quantity content category signals that in the context the Computer-Based Assessment of Mathematics (CBAM) of PISA being used from 2021, there are a broad category of complex problems including budgeting and planning that students can analyse in terms of the variables of the problem using computer simulations provided as part of the test item.

### ***Uncertainty and Data***

102. In science, technology and everyday life, variation and its associated uncertainty is a given. It is a phenomenon at the heart of the theory of probability and statistics. The uncertainty and data content category includes recognising the place of variation in the real world including, having a sense of the quantification of that variation, and acknowledging its uncertainty and error in related inferences. It also includes forming, interpreting and evaluating conclusions drawn in situations where uncertainty is present. The presentation and interpretation of data are key concepts in this category (Moore, 1997<sub>[28]</sub>).

103. Economic predictions, poll results, and weather forecasts all include measures of variation and uncertainty. There is variation in manufacturing processes, test scores and survey findings, and chance is fundamental to many recreational activities enjoyed by individuals. The traditional curricular areas of probability and statistics provide formal means of describing, modelling and interpreting a certain class of phenomena in which variation plays a central role, and for making corresponding stochastic inferences. In addition, knowledge of number and of aspects of algebra such as graphs and symbolic representation contribute to engaging in problem solving in this content category.

104. Conditional decision making: statistics provides a measure of the variation characteristic of much of what people encounter in their daily lives. That measure is the variance. When there is more than one variable, there is variation in each of the variables as well as co-variation characterising the relationships among the variables. These inter-relationships can often be represented in two-way tables that provide the basis for making conditional decisions (inferences). In a two-way table for two dichotomous variables (i.e. two variables with two possibilities each), there are four combinations. The two-way table (analysis of the situation) provides three types of percentages which, in turn, provide estimates of the corresponding probabilities. These include the probabilities of the four joint events, the two marginal, and the conditional probabilities which play the central role in what we have termed conditional decision making. The expectation for the PISA test items is that students will be able to read the relevant data from the table with a deep understanding for the meaning of the data that they are extracting.

105. In the illustrative example *Purchasing Decision* the student is presented with a summary of customer ratings for a product in an online store. Additionally, the student is provided with more a more detailed analysis of the reviews by the customers who provided 1- and 2-star ratings. This is

effect sets up a two way table and the student is asked to demonstrate an understanding of the different probability estimates that the two-way table provides

106. Identifying conditional decisions making as a focal point of the uncertainty and data content category signals that students should be expected to appreciate how the formulation of the analysis in a model impacts the conclusions that can be drawn and that different assumptions/relationships may well result in different conclusions.

#### *Content Topics for Guiding the Assessment of Mathematical Literacy of 15-year-old Students*

107. To effectively understand and solve contextualised problems involving change and relationships; space and shape; quantity; and uncertainty and data requires drawing upon a variety of mathematical concepts, procedures, facts, and tools at an appropriate level of depth and sophistication. As an assessment of mathematical literacy, PISA strives to assess the levels and types of mathematics that are appropriate for 15-year-old students on a trajectory to become constructive, engaged and reflective 21st century citizens able to make well-founded judgments and decisions. It is also the case that PISA, while not designed or intended to be a curriculum-driven assessment, strives to reflect the mathematics that students have likely had the opportunity to learn by the time they are 15 years old.

108. In the development of the PISA 2012 mathematical literacy framework, with an eye toward developing an assessment that is both forward-thinking yet reflective of the mathematics that 15-year-old students have likely had the opportunity to learn, analyses were conducted of a sample of desired learning outcomes from eleven countries to determine both what is being taught to students in classrooms around the world and what countries deem realistic and important preparation for students as they approach entry into the workplace or admission into a higher education institution. Based on commonalities identified in these analyses, coupled with the judgment of mathematics experts, content deemed appropriate for inclusion in the assessment of mathematical literacy of 15-year-old students on PISA 2012, and continued for PISA 2021, is described below.

109. For PISA 2021 four additional focus topics have been added to the list. The resulting lists is intended to be illustrative of the content topics included in PISA 2021 and not an exhaustive listing:

- *Growth phenomena*: Different types of linear and non-linear growth
- *Geometric approximation*: Approximating the attributes and properties of irregular or unfamiliar shapes and objects by breaking these shapes and objects up into more familiar shapes and objects for which there are formulae and tools.
- *Computer simulations*: Exploring situations (that may include budgeting, planning, population distribution, disease spread, experimental probability, reaction time modelling etc.) in terms of the variables and the impact that these have on the outcome.
- *Conditional decision making*: Using basic principles of combinatorics and an understanding of interrelationships between variables to interpret situations and make predictions.
- *Functions*: The concept of function, emphasising but not limited to linear functions, their properties, and a variety of descriptions and representations of them. Commonly used representations are verbal, symbolic, tabular and graphical.
- *Algebraic expressions*: Verbal interpretation of and manipulation with algebraic expressions, involving numbers, symbols, arithmetic operations, powers and simple roots.
- *Equations and inequalities*: Linear and related equations and inequalities, simple second-degree equations, and analytic and non-analytic solution methods.
- *Co-ordinate systems*: Representation and description of data, position and relationships.

- *Relationships within and among geometrical objects in two and three dimensions*: Static relationships such as algebraic connections among elements of figures (e.g. the Pythagorean theorem as defining the relationship between the lengths of the sides of a right triangle), relative position, similarity and congruence, and dynamic relationships involving transformation and motion of objects, as well as correspondences between two- and three-dimensional objects.
- *Measurement*: Quantification of features of and among shapes and objects, such as angle measures, distance, length, perimeter, circumference, area and volume.
- *Numbers and units*: Concepts, representations of numbers and number systems (including converting between number systems), including properties of integer and rational numbers, as well as quantities and units referring to phenomena such as time, money, weight, temperature, distance, area and volume, and derived quantities and their numerical description.
- *Arithmetic operations*: The nature and properties of these operations and related notational conventions.
- *Percents, ratios and proportions*: Numerical description of relative magnitude and the application of proportions and proportional reasoning to solve problems.
- *Counting principles*: Simple combinations.
- *Estimation*: Purpose-driven approximation of quantities and numerical expressions, including significant digits and rounding.
- *Data collection, representation and interpretation*: Nature, genesis and collection of various types of data, and the different ways to analyse, represent and interpret them.
- *Data variability and its description*: Concepts such as variability, distribution and central tendency of data sets, and ways to describe and interpret these in quantitative and graphical terms.
- *Samples and sampling*: Concepts of sampling and sampling from data populations, including simple inferences based on properties of samples including accuracy and precision.
- *Chance and probability*: Notion of random events, random variation and its representation, chance and frequency of events, and basic aspects of the concept of probability and conditional probability.

### **Contexts for the assessment items and selected 21st century skills**

110. The definition of mathematical literacy introduces two important considerations for the PISA assessment items. First, the definition makes it clear that mathematical literacy takes place in *real-world contexts*. Second, mathematical literacy *assists individuals to know the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective 21st century citizens*. In this section we discuss how both real-world contexts and 21st century skills impact on item development.

111. The *real-world context nature* of mathematical literacy is not unproblematic for PISA. Real-world contexts involve information and that information is communicated using text. The quantitative and statistical information that flows in the world and reaches citizens is communicated through printed or spoken text, e.g. media articles, press releases, blogs, social networks, advertisements etc. This printed and spoken text is used to present messages or arguments that may or may not involve numbers and/or graphs. Text is the main tool for communicating context, and it follows that text comprehension is a fundamental and pre-requisite skill for success in mathematical literacy. The challenge this creates for PISA and item development is not insignificant. On the one hand the assessment must present socially meaningful quantitative



messages using rich text, on the other hand the comparative nature of the assessment, the many languages it is translated into and the wide range of text comprehension levels among participating 15-year-olds places limits on the richness of the text that can realistically be used. This challenge is discussed further in the section on item development.

### **Contexts**

112. An important aspect of mathematical literacy is that mathematics is used to solve a problem set in a context. The context is the aspect of an individual's world in which the problems are placed. The choice of appropriate mathematical strategies and representations is often dependent on the context in which a problem arises, and by implication there is the need to utilise knowledge of the real world context in developing the model. Being able to work within a context is widely appreciated to place additional demands on the problem solver (see Watson and Callingham, (2003<sub>[29]</sub>), for findings about statistics). For PISA, it is important that a wide variety of contexts are used. This offers the possibility of connecting with the broadest possible range of individual interests and with the range of situations in which individuals operate in the 21st century.

113. In light of the number of countries participating in PISA 2021 and with that an increasing range of participants from low- and middle-income countries as well as the possibility of out-of-school 15-year-olds, it is important that item developers take great care to ensure that the contexts used for items are accessible to a very broad range of participants. In this regard it is also important that the reading load of the items remains modest so that the items continue to assess mathematical literacy.

114. For purposes of the PISA 2021 mathematics framework, the four context categories of the PISA 2012 framework have been retained and are used to inform assessment item development. It should be noted that while these contexts are intended to inform item development, there is no expectation that there will be reporting against these contexts.

115. **Personal** – Problems classified in the personal context category focus on activities of one's self, one's family or one's peer group. The kinds of contexts that may be considered personal include (but are not limited to) those involving food preparation, shopping, games, personal health, personal transportation, recreation, sports, travel, personal scheduling and personal finance.

116. **Occupational** – Problems classified in the occupational context category are centred on the world of work. Items categorised as occupational may involve (but are not limited to) such things as measuring, costing and ordering materials for building, payroll/accounting, quality control, scheduling/inventory, design/architecture and job-related decision making either with or without appropriate technology. Occupational contexts may relate to any level of the workforce, from unskilled work to the highest levels of professional work, although items in the PISA survey must be accessible to 15-year-old students.

117. **Societal** – Problems classified in the societal context category focus on one's community (whether local, national or global). They may involve (but are not limited to) such things as voting systems, public transport, government, public policies, demographics, advertising, health, entertainment, national statistics and economics. Although individuals are involved in all of these things in a personal way, in the societal context category, the focus of problems is on the community perspective.

118. **Scientific** – Problems classified in the scientific category relate to the application of mathematics to the natural world and issues and topics related to science and technology. Particular contexts might include (but are not limited to) such areas as weather or climate, ecology, medicine, space science, genetics, measurement and the world of mathematics itself. Items that are intra-mathematical, where all the elements involved belong in the world of mathematics, fall within the scientific context.

119. PISA assessment items are arranged in units that share stimulus material. It is therefore usually the case that all items in the same unit belong to the same context category. Exceptions do arise; for example, stimulus material may be examined from a personal point of view in one item and a societal point of view in another. When an item involves only mathematical constructs without reference to the contextual elements of the unit within which it is located, it is allocated to the context category of the unit. In the unusual case of a unit involving only mathematical constructs and being without reference to any context outside of mathematics, the unit is assigned to the scientific context category.

120. Using these context categories provides the basis for selecting a mix of item contexts and ensures that the assessment reflects a broad range of uses of mathematics, ranging from everyday personal uses to the scientific demands of global problems. Moreover, it is important that each context category be populated with assessment items having a broad range of item difficulties. Given that the major purpose of these context categories is to challenge students in a broad range of problem contexts, each category should contribute substantially to the measurement of mathematical literacy. It should not be the case that the difficulty level of assessment items representing one context category is systematically higher or lower than the difficulty level of assessment items in another category.

121. In identifying contexts that may be relevant, it is critical to keep in mind that a purpose of the assessment is to gauge the use of mathematical content knowledge and skills that students have acquired by age 15. Contexts for assessment items, therefore, are selected in light of relevance to students' interests and lives and the demands that will be placed upon them as they enter society as constructive, engaged and reflective citizens. National Project Managers from countries participating in the PISA survey are involved in judging the degree of such relevance.

### **21st Century skills**

122. There is increased interest worldwide in what are called 21st century skills and their possible inclusion in educational systems. The OECD has put out a publication focusing on such skills and has sponsored a research project entitled *The Future of Education and Skills: An OECD 2030 Framework* in which some 25 countries are involved in a cross-national study of curriculum including the incorporation of such skills. The project has as its central focus what the curriculum might look like in the future, focusing initially on mathematics and physical education.

123. Over the past 15 years or so a number of publications have sought to bring clarity to the discussion and consideration of 21st century skills. A summary of key reports and their conceptualisation of 21st century skills is provided in *PISA 2021 Mathematics: A Broadened Perspective* [EDU/PISA/GB(2017)17]. After careful analysis of these publications the authors recommended that a strong case can be made for the infusion of specific 21st century skills into specific disciplines. For example, it will become increasingly important to teach students at school how to make reasonable arguments with appropriate justification. The arguments they make should be mathematically rigorous, based on sound theory and strong enough to withstand criticism, and yet, whenever possible, avoid referring to authorities (e.g. 'it says so on the internet'). This is part of the fundamental competence to make independent judgements and take responsibility for them (OECD, 2005<sub>[30]</sub>). In the social context it is not enough to be right; one must be able and ready to present arguments and to defend them. Learning mathematics, with its clarity of contexts and strong emphasis on logical reasoning and rigour at the appropriate level, is a perfect opportunity to practice and develop the ability for this kind of argumentation.

124. Similarly, in the modern era, it is critical to equip students with tools that they can use to defend themselves from lies and inferences that purport to be based on mathematical reasoning. Quite often some fluency in logical reasoning is sufficient; a lie usually hides some hidden

contradiction. The alertness of young minds towards possible contradictions can be developed most easily in good classes of mathematics.

125. Using the logic of finding the intersection between generic 21st century skills and related but subject-matter specific skills that are a natural part of the instruction related to that subject matter results in the following identified eight 21st century skills for inclusion in the PISA 2021 assessment framework. They are:

- Critical thinking
- Creativity
- Research and inquiry
- Self-direction, initiative, and persistence
- Information use
- Systems thinking
- Communication
- Reflection

## Assessing Mathematical Literacy

126. This section outlines the approach taken to implement the elements of the framework described in previous sections into the PISA survey for 2021. This includes the structure of the mathematics component of the PISA survey, the desired distribution of score points for mathematical reasoning and the processes of problem solving; the distribution of score points by content area; a discussion on the range of item difficulties; the structure of the survey instrument; the role of the computer-based assessment of mathematics; the design of the assessment items; and the reporting of levels of mathematical proficiency.

### Structure of the PISA 2021 Mathematics Assessment

127. In accordance with the definition of mathematical literacy, assessment items used in any instruments that are developed as part of the PISA survey are set within a context. Items involve the application of important mathematical concepts, knowledge, understandings and skills (mathematical content knowledge) at the appropriate level for 15-year-old students, as described earlier. The framework is used to guide the structure and content of the assessment, and it is important that the survey instrument include an appropriate balance of items reflecting the components of the mathematical literacy framework.

### Desired Distribution of Score Points by Mathematical Reasoning and Problem solving process

128. Assessment items in the PISA 2021 mathematics survey can be assigned to either mathematical reasoning or one of three mathematical processes associated with mathematical problem solving. The goal in constructing the assessment is to achieve a balance that provides approximately equal weighting between the two processes that involve making a connection between the real world and the mathematical world (formulating and interpreting/evaluating) and mathematical reasoning and employing which call for students to be able to work on a mathematically formulated problem. While it is true that mathematical reasoning can be observed within the process of formulating, interpreting and employing items will only contribute to one domain.

**Table 1. Approximate distribution of score points by domain for PISA 2021**

		Percentage of score points in PISA 2021
Mathematical Reasoning		Approximately 25
Mathematical Problem Solving	Formulating Situations Mathematically	Approximately 25
	Employing Mathematical Concepts, Facts, Procedures and Reasoning	Approximately 25
	Interpreting, Applying and Evaluating Mathematical Outcomes	Approximately 25
<b>TOTAL</b>		<b>100</b>

129. It is important to note that items in each process category should have a range of difficulty and mathematical demand. This is further addressed in the table of demands for mathematical reasoning and each of the problem solving processes.

### Desired Distribution of Score Points by Content Category

130. PISA mathematics items are selected to reflect the mathematical content knowledge described earlier in this framework. The trend items selected for PISA 2021 will be distributed across the four content categories, as shown in Table 2. The goal in constructing the survey is a distribution of items with respect to content category that provides as balanced a distribution of score points as possible, since all of these domains are important for constructive, engaged and reflective citizens.

**Table 2. Approximate distribution of score points by content category for PISA 2021**

Content category	Percentage of score points in PISA 2021
Change and Relationships	Approximately 25
Space and Shape	Approximately 25
Quantity	Approximately 25
Uncertainty and Data	Approximately 25
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>

131. It is important to note that items in each content category should have a range of difficulty and mathematical demand.

### A Range of Item Difficulties

132. The PISA 2021 mathematical literacy survey includes items with a wide range of difficulties, paralleling the range of abilities of 15-year-old students. It includes items that are challenging for the most able students and items that are suitable for the least able students assessed on mathematical literacy. From a psychometric perspective, a survey that is designed to measure a particular cohort of individuals is most effective and efficient when the difficulty of assessment items matches the ability of the measured subjects. Furthermore, the described proficiency scales that are used as a central part of the reporting of PISA outcomes can only include useful details for all students if the items from which the proficiency descriptions are drawn span the range of abilities described.

133. Table 3 describes the range of actions that are expected of students for mathematical reasoning and each of the problem solving processes. These lists describe the actions that the items will demand of students. For each category there are a number of items marked with “\*\*\*” to denote the actions that are expected of the students that will perform at levels 1a, 1b and 1c as well as level 2 of the proficiency scale. Item developers will need to ensure that there are sufficient items at the lower end of the performance scale to allow students at these levels to be able to show what they are capable of.

134. In order to gain useful information for the new lower levels, 1b and 1c, it is vital that context and language do not interfere with the mathematics being assessed. To this end, the context and language must be carefully considered. That said, the items must still be interesting to avoid the possibility that students will simply not attempt the items because it holds no interest.

135. The context for both 1b and 1c level items should be situations that students encounter on a daily basis. Examples of these contexts may include money, temperature, food, time, date, weight, size and distance. All items should be concrete and not abstract. The focus of the item should be mathematical only. The understanding of the context should not interfere with the performance of the item.

136. Equally important, it is to have all items formulated in the simplest possible terms. Sentences should be short and direct. Compound sentences, compound nouns and conditional sentences should be avoided. Vocabulary used in the items must be carefully examined to ensure that students will have a clear understanding of what is being required. In addition, special care will be given to ensure that no extra difficulty is added due to a heavy text load or by a context that is unfamiliar to students based on their cultural background.

137. Items designed for Level 1c should only ask for a single step or operation. However, it is important to note that a single step or operation is not limited to an arithmetical step. This step might be demonstrated by making a selection or identifying some information. Both mathematical reasoning and all of the problem solving processes should be used to measure the mathematical literacy capabilities of students at Levels 1b and 1c.

**Table 3. Expected student actions for mathematical reasoning and each of the problem solving processes<sup>9</sup>**

Reasoning
** Draw a simple conclusion
** Select an appropriate justification
** Explain why a mathematical result or conclusion does, or does not, make sense given the context of a problem
Represent a problem in a different way, including organising it according to mathematical concepts and making appropriate assumptions
Utilise definitions, rules and formal systems as well as employing algorithms and computational thinking
Explain and defend a justification for the identified or devised representation of a real-world situation
Explain or defend a justification for the processes and procedures or simulations used to determine a mathematical result or solution
Identify the limits of the model used to solve a problem
Understand definitions, rules and formal systems as well as employing algorithms and

<sup>9</sup> **Table 3** is a reformulation of the figure used in previous frameworks to link mathematical processes with mathematical capabilities. All of the examples and illustrations from that figure are included in this reformulation.

computational reasoning

Provide a justification for the identified or devised representation of a real-world situation

Provide a justification for the processes and procedures used to determine a mathematical result or solution

Reflect on mathematical arguments, explaining and justifying the mathematical result

Critique the limits of the model used to solve a problem

Interpret a mathematical result back into the real-world context in order to explain the meaning of the results

Explain the relationships between the context-specific language of a problem and the symbolic and formal language needed to represent it mathematically.

Reflect on mathematical arguments, explaining and justifying the mathematical result

Reflect on mathematical solutions and create explanations and arguments that support, refute or qualify a mathematical solution to a contextualised problem

Analyse similarities and differences between a computational model and the mathematical problem that it is modelling

Explain how a simple algorithm works and to detect and correct errors in algorithms and programs

<b>Formulating</b>	<b>Employing</b>	<b>Interpreting</b>
** Select a mathematical description or a representation that describes a problem	** Perform a simple calculation	** Interpret a mathematical result back into the real world context
** Identify the key variables in a model	** Select an appropriate strategy from a list	** Identify whether a mathematical result or conclusion does, or does not, make sense given the context of a problem
** Select a representation appropriate to the problem context	** Implement a given strategy to determine a mathematical solution	** Identify the limits of the model used to solve a problem
Read, decode and make sense of statements, questions, tasks, objects or images to create a model of the situation	** Make mathematical diagrams, graphs, constructions or computing artifacts	Use mathematical tools or computer simulations to ascertain the reasonableness of a mathematical solution and any limits and constraints on that solution, given the context of the problem

<b>Formulating</b>	<b>Employing</b>	<b>Interpreting</b>
Recognise mathematical structure (including regularities, relationships, and patterns) in problems or situations	Understand and utilise constructs based on definitions, rules and formal systems including employing familiar algorithms	Interpret mathematical outcomes in a variety of formats in relation to a situation or use; compare or evaluate two or more representations in relation to a situation
Identify and describe the mathematical aspects of a real-world problem situation including identifying the significant variables	Develop mathematical diagrams, graphs, constructions or computing artifacts and extracting mathematical information from them	Use knowledge of how the real world impacts the outcomes and calculations of a mathematical procedure or model in order to make contextual judgments about how the results should be adjusted or applied
Simplify or decompose a situation or problem in order to make it amenable to mathematical analysis	Manipulate numbers, graphical and statistical data and information, algebraic expressions and equations, and geometric representations	Construct and communicate explanations and arguments in the context of the problem
Recognise aspects of a problem that correspond with known problems or mathematical concepts, facts or procedures	Articulate a solution, showing and/or summarising and presenting intermediate mathematical results	Recognise [demonstrate, interpret, explain] the extent and limits of mathematical concepts and mathematical solutions
Translate a problem into a standard mathematical representation or algorithm	Use mathematical tools, including technology, simulations and computational thinking, to help find exact or approximate solutions	Understand the relationship between the context of the problem and representation of the mathematical solution. Use this understanding to help interpret the solution in context and gauge the feasibility and possible limitations of the solution
Use mathematical tools (using appropriate variables, symbols, diagrams) to describe the mathematical structures and/or relationships in a problem	Make sense of, relate and use a variety of representations when interacting with a problem	
Apply mathematical tools and computing tool to portray mathematical relationships	Switch between different representations in the process of finding solutions	



Formulating	Employing	Interpreting
Identify the constraints, assumptions simplifications in a mathematical model	Use a multi-step procedure leading to a mathematical solution, conclusion or generalisation	
	Use an understanding of the context to guide or expedite the mathematical solving process, e.g. working to a context-appropriate level of accuracy	
	Make generalisations based on the results of applying mathematical procedures to find solutions	

### Computer-based Assessment of Mathematics

138. The main mode of delivery for PISA 2021 will be the computer-based assessment of mathematics (CBAM). The transition has been anticipated with both the 2015 and 2018 studies moving to computer-based delivery. In order to maintain trends across the studies, both the 2015 and 2018 assessments were computer neutral despite using a computer-based delivery mode. The transition to a full CBAM in 2021 provides a range of opportunities to develop the assessment of mathematical literacy to be better aligned with the evolving nature of mathematics in the modern world, while ensuring backward trends to previous cycles. These opportunities include new item formats (e.g. drag and drop); presenting students with real-world data (such as large, sortable datasets); creating mathematical models or simulations that students can explore by changing the variable values; curve fitting and using the best fit curve to make predictions. In addition to a wider range of question types and mathematical opportunities that the CBAM provides, it also allows for adaptive assessment.

139. The adaptive assessment capability of the CBAM, which was previously implemented in the PISA reading assessment, provides the opportunity of better describing what it is that students at both ends of the performance spectrum are able to do. By providing students with increasing individualised combinations of test units according to their responses and scores to the early units that they respond to, increasingly detailed information on the performance characteristics of students at both ends of the performance scale is generated.

140. Making use of enhancements offered by computer technology results in assessment items that are more engaging to students, more visually appealing, and easier to understand. For example, students may be presented with a moving stimulus, representations of three-dimensional objects that can be rotated or more flexible access to relevant information. New item formats, such as those calling for students to 'drag and drop' information or use 'hot spots' on an image, are designed to engage students, permit a wider range of response types and give a more rounded picture of mathematical literacy. A key challenge is to ensure that these items continue to assess *mathematical literacy* and that interference from domain irrelevant dimensions is kept to a minimum.

141. Investigations show that the mathematical demands of work increasingly occur in the presence of electronic technology so that mathematical literacy and computer use are melded together (Hoyles et al., 2002<sub>[31]</sub>). For employees at all levels of the workplace, there is now an interdependency between mathematical literacy and the use of computer technology. A key challenge is to distinguish the mathematical demands of a PISA computer-based item from demands unrelated to mathematical competence, such as the information and communications technology (ICT) demands of the item, and the presentation format. Solving PISA items on a computer rather than on paper moves PISA into the reality and the demands of the 21st Century.

142. Questions that seem well suited to the CBAM and the evolving nature of mathematical literacy include:

- Simulation in which a mathematical model has been established and students can change the variable values to explore the impact of the variables to create “an optimal solution”.
- Fitting a curve (by selecting a curve from a limited set of curves provided) to a data set or a geometric image to determine the “best fit” and using the resulting best fit curve to determine the answer to a question about the situation.
- Budgeting situations (e.g. online store) in which the student must select combinations of products to meet achieve a range of objectives within a given budget.
- Purchase simulation in which the student selects from different loan and associates repayment options to purchase an item using a loan and meeting a budget. The challenge in the problem is to understand how the variables interact.
- Problems that include visual coding to achieve a given sequence of actions.

143. Notwithstanding the opportunities that the CBAM presents (described above), it is important that the CBAM remains focussed on assessing mathematical literacy and does not shift to assessing ICT skills. Similarly it is important that the simulations and other questions hinted at above do not become so “noisy” that the mathematical reasoning and problem solving processes are lost.

144. The CBAM must also retain some of the paper version features for example the ability to revisit items already attempted – although in the context of adaptive testing this will of necessity be limited to the unit on which the student is working.

### **Design of the PISA 2021 Mathematics Items**

145. Three item format types are used to assess mathematical literacy in PISA 2021: open constructed-response, closed constructed-response and selected-response (multiple-choice) items.

- Open constructed-response items require a somewhat extended written response from a student. Such items also may ask the student to show the steps taken or to explain how the answer was reached. These items require trained experts to manually code student responses. To facilitate the adaptive assessment feature of the CBAM, it will be necessary to minimise the number of items that rely on trained experts to code the student responses.
- Closed constructed-response items provide a more structured setting for presenting problem solutions, and they produce a student response that can be easily judged to be either correct or incorrect. Often student responses to questions of this type can be coded automatically. The most frequently used closed constructed-responses are single numbers.
- Selected-response items require the choice of one or more responses from a number of response options. Responses to these questions can usually be automatically processed.

About equal numbers of each of these item format types are being used to construct the survey instruments.

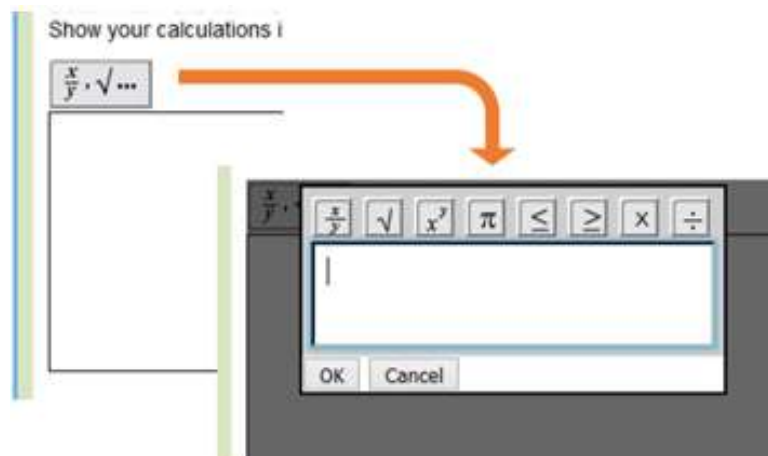
146. The PISA mathematics survey is composed of assessment *units* comprising written stimulus material and other information such as tables, charts, graphs or diagrams, plus one or more items that are linked to this common stimulus material. This format gives students the opportunity to become involved with a context or problem by responding to a series of related items.

147. Items selected for inclusion in the PISA survey represent a broad range of difficulties, to match the wide ability range of students participating in the assessment. In addition, all the major categories of the assessment (the content categories; mathematical reasoning and problem solving process categories and the different context categories and 21st century skills) are represented, to the degree possible, with items of a wide range of difficulties. Item difficulties are established as one of a number of measurement properties in an extensive field trial prior to item selection for the main PISA survey. Items are selected for inclusion in the PISA survey instruments based on their fit with framework categories and their measurement properties.

148. In addition, the level of reading required to successfully engage with an item is considered very carefully in item development and selection. A goal in item development is to make the wording of items as simple and direct as possible. Care is also taken to avoid item contexts that would create a cultural bias, and all choices are checked with national teams. Translation of the items into many languages is conducted very carefully, with extensive back-translation and other protocols.

149. PISA 2021 will include a tool that will allow students to provide typed constructed-response answers and show their work as required for mathematical literacy. The tool allows students to enter both text and numbers. By clicking the appropriate button, students can enter a fraction, square root, or exponent. Additional symbols such as  $\pi$  and greater/less than signs are available, as are operators such as multiplication and division signs. An example is shown in Figure 3 below.

**Figure 3. Example of the PISA 2021 editor tool**



150. The suite of tools available to students is also expected to include a basic scientific calculator. Operators to be included are addition, subtraction, multiplication and division, as well as square root, pi, parentheses, exponent, square, fraction ( $y/x$ ), inverse ( $1/x$ ) and the calculator will be programmed to respect the standard order of operations.

151. Students taking the assessment on paper can have access to a hand-held calculator, as approved for use by 15-year-old students in their respective school systems.

## Item Scoring

152. Although the majority of the items are dichotomously scored (that is, responses are awarded either credit or no credit), the open constructed-response items can sometimes involve partial credit scoring, which allows responses to be assigned credit according to differing degrees of “correctness” of responses and or to the extent to which an item has been engaged with or not. It is anticipated that the need for partial credit scoring will be particularly significant for the mathematical reasoning items which will seldom involve the production of single number response but rather responses with one or more elements.

## Reporting Proficiency in Mathematics

153. The outcomes of the PISA mathematics survey are reported in a number of ways. Estimates of overall mathematical proficiency are obtained for sampled students in each participating country, and a number of proficiency levels are defined. Descriptions of the degree of mathematical literacy typical of students in each level are also developed. For PISA 2021, the six proficiency levels reported for the overall PISA mathematics in previous cycles will be expanded as follows: Level 1 will be renamed Level 1a, and the table describing the proficiencies will be extended to include Levels 1b and 1c. These additional levels have been added to provide greater granularity of reporting in students performing at the lower end of the proficiency scale.

154. As well as the overall mathematics scale, additional described proficiency scales are developed after the Field Trial and are then reported. These additional scales are for mathematical reasoning and for the three processes of mathematical problem solving:

*formulating situations mathematically; employing mathematical concepts, facts, procedures, and reasoning; and interpreting, applying and evaluating mathematical outcomes.*

## Mathematical Literacy and the Background Questionnaires

155. Since the first cycle of PISA, student and school context questionnaires have served two interrelated purposes in service of the broader goal of evaluating educational systems: first, the questionnaires provide a context through which to interpret the PISA results both within and between education systems. Second, the questionnaires aim to provide reliable and valid measurement of additional educational indicators, which can inform policy and research in their own right.

156. Since mathematical literacy is the major domain in the 2021 survey, the background questionnaires are expected to provide not only trend data for the constructs that continue to be assessed, but additionally to provide rich information on the innovations that are evident in the PISA 2021 mathematical literacy framework. In particular it is expected that mathematical literacy will feature prominently in the analysis of the domain-specific contextual constructs as well in a number of the different categories of policy focus that range from individual level variables such as demographics and social and emotional characteristics to school practices, policies and infrastructure (OECD, 2018<sub>[32]</sub>).

157. Two broad areas of students’ attitudes towards mathematics that dispose them to productive engagement in mathematics were identified as being of potential interest as an adjunct to the PISA 2012 mathematics assessment. These are students’ interest in mathematics and their willingness to engage in it. It is expected that these will continue to be a focus of the questionnaires in 2021.

158. Interest in mathematics has components related to present and future activity. Relevant questions focus on students’ interest in mathematics at school, whether they see it as useful in real life as well as their intentions to undertake further study in mathematics and to participate in mathematics-oriented careers. There is international concern about this area, because in many participating countries there is a decline in the percentage of students who are choosing

mathematics related future studies, whereas at the same time there is a growing need for graduates from these areas.

159. Students' willingness to do mathematics is concerned with the attitudes, emotions and self-related beliefs that dispose students to benefit, or prevent them from benefitting, from the mathematical literacy that they have achieved. Students who enjoy mathematical activity and feel confident to undertake it are more likely to use mathematics to think about the situations that they encounter in the various facets of their lives, inside and outside school. The constructs from the PISA survey that are relevant to this area include the emotions of enjoyment, confidence and (lack of) mathematics anxiety, and the self-related beliefs of self-concept and self-efficacy. An analysis of the subsequent progress of young Australians who scored poorly on PISA at age 15 found that those who "recognise the value of mathematics for their future success are more likely to achieve this success, and that includes being happy with many aspects of their personal lives as well as their futures and careers" (Hillman and Thomson, 2010, p. 31<sub>[33]</sub>). The study recommends that a focus on the practical applications of mathematics in everyday life may help improve the outlook for these low-achieving students.

160. The innovations evident in the PISA 2021 mathematics framework point to at least four areas in which the background questionnaires can provide rich data. These areas are: **mathematical reasoning; computational thinking** and the role of technology in both doing and teaching mathematics; the **four focal content areas**; and **21st century skills in the context of mathematics**.

### ***Mathematical reasoning***

161. The PISA 2021 mathematics framework foregrounds mathematical reasoning enabled by some key understandings that undergird school mathematics (understanding quantity, number systems and their algebraic properties; appreciating the power of abstraction and symbolic representation; seeing mathematical structures and their regularities; recognising functional relationships between quantities; using mathematical modelling as a lens onto the real world; and understanding variation as the heart of statistics).

162. The focus on reasoning has implications for the background questionnaires which should provide measures to understand students' opportunities to learn to reason mathematically and employ the key understandings that undergird school mathematics. In particular the questionnaires should establish the frequency with which students, for example:

- Identify, recognise, organise, connect, and represent;
- Construct, abstract, evaluate, deduce, justify, explain, and defend; and
- Interpret, make judgements, critique, refute, and qualify.

163. In addition to establishing the frequency of the opportunities (to learn) to reason, the questionnaires should get at what forms these opportunities take (verbal or written).

164. Finally, with respect to reasoning, the questionnaires should get a sense of the willingness of students to persist with tasks that involve reasoning.

165. In the case of teachers and teaching there is the need to better understand how they see the role of reasoning in mathematics in general and in their teaching and assessment practices in particular.

### ***Computational thinking***

166. Aspects of computational thinking form a rapidly evolving and growing dimension of both mathematics and mathematical literacy. The PISA 2021 mathematical literacy framework illustrates how computational thinking is both part of doing mathematics and impacting on doing

mathematics. The *values and beliefs about learning* and *open-mindedness* modules of the background questionnaires can explore student's experience of the role of computational thinking in doing mathematics.

167. The PISA 2021 mathematical literacy framework draws attention to the different ways in which technology is both changing the world in which we live and changing what it means to engage in mathematics. Key questions for the background questionnaires include developing a deep understanding of first, how students' experiences of mathematics and doing mathematics are changing (if at all) and second, how classroom pedagogy is evolving due to the impact that technology is having on how students engages with mathematics and mathematical artefacts and on what it means to do mathematics. In the case of students, it is of interest to better understand how technology is impacting student performance which could be explored in the *task performance* module of the questionnaire framework. The pedagogical issues could be explored in both the *learning time and curriculum* and *teaching practices* modules.

168. The focus on computational thinking and the role of technology in both doing and teaching mathematics has implications for the background questionnaires which should provide measures to better understand students' opportunities to learn in this regard. In particular the questionnaires should establish the frequency with which students, for example:

- Design or work with computer simulations and or computer models;
- Code or program both inside the mathematics classroom and outside it; and
- Are exposed to Computer Mathematics Systems (CSM) (including dynamic geometry software; spreadsheets; programming software (e.g. Logo and Scratch); graphing calculators; games etc.).

#### ***Four focal content areas***

169. In recognition of the changing world the PISA 2021 Mathematics Framework has suggested that four content areas within the existing content framework receive special focus. These content areas are: growth phenomena (within change and relationships); geometric approximation (within space and shape); computer simulations (within quantity); and conditional decision making (within uncertainty and data). The focus on these content areas has implications for the background questionnaires which should provide measures to better understand students' opportunities to learn in this regard. In particular the questionnaires should establish the frequency with which students are exposed to this contents and the different forms that the opportunities take.

#### ***21st century skills in the context of mathematics***

170. The PISA 2021 mathematical literacy framework introduces a particular set of 21st century skills both as an outcome of and focus for mathematics. The background questionnaires could productively examine both whether or not mathematics is contributing to the development of these skills and if teaching practices are focusing on them. In particular, the *learning time and curriculum* module could explore whether or not these skills appear in the enacted curriculum.

171. The results of the PISA 2021 survey will provide important information for educational policy makers in the participating countries about both the achievement-related and attitude-related outcomes of schooling. By combining information from the PISA assessment of mathematical literacy and the survey information on attitudes, emotions and beliefs that predispose students to use their mathematical literacy as well as the impact of the four developments described above, a more complete picture will emerge.

## Summary

172. The PISA 2021 mathematical literacy framework while maintaining coherence with the previous mathematical literacy frameworks acknowledges that the world is ever changing and with it the demand for mathematically literate citizens to reason mathematically rather than reproducing mathematical techniques as routines,

173. The aim of PISA with regard to mathematical literacy is to develop indicators that show how effectively countries are preparing students to use mathematics in the everyday aspect of their personal, civic and professional lives, as constructive, engaged and reflective 21st century citizens. To achieve this, PISA has developed a definition of mathematical literacy and an assessment framework that reflects the important components of this definition.

174. The mathematics assessment items selected for inclusion in PISA 2021, based on this definition and framework, are intended to reflect a balance between mathematical reasoning, problem solving processes, mathematical content and contexts.

175. The assessment design will assure valid measurement of ability across the range of achievement extending to two levels below the previous PISA scale, while preserving the quality and content of the assessment.

176. The CBAM to be used from 2021 provides problems in a variety of item formats with varying degrees of built-in guidance and structure and a range of formats retaining throughout an emphasis on authentic problems that require students to reason and demonstrate their thinking.

## References

- Ananiadou, K. and M. Claro (2009), "21st Century Skills and Competences for New Millennium Learners in OECD Countries", *OECD Education Working Papers*, No. 41, OECD Publishing, Paris, <http://dx.doi.org/10.1787/218525261154>. [2]
- Basu, S. et al. (2016), "Identifying middle school students' challenges in computational thinking-based science learning", *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, Vol. 11/3, <http://dx.doi.org/10.1186/s41039-016-0036-2>. [19]
- Beheshti, E. et al. (2017), *Computational Thinking in Practice: How STEM Professionals Use CT in Their Work*, Northwestern University, San Antonio, Texas, <http://ccl.northwestern.edu/papers.shtml>. [21]
- Beloit College (2017), *The Beloit College Mindset List for the Class of 2021*, <https://www.beloit.edu/mindset/2021/>. [1]
- Benton, L. et al. (2017), "Bridging Primary Programming and Mathematics: Some Findings of Design Research in England", *Digital Experiences in Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 115-138, <http://dx.doi.org/10.1007/s40751-017-0028-x>. [20]
- Box, G. and N. Draper (1987), *Empirical Model-Building and Response Surfaces*, John Wiley. [23]
- Brennan, K. and M. Resnick (2012), *New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking*, [https://web.media.mit.edu/~kbrennan/files/Brennan\\_Resnick\\_AERA2012\\_CT.pdf](https://web.media.mit.edu/~kbrennan/files/Brennan_Resnick_AERA2012_CT.pdf). [24]
- Devlin, K. (1994), *Mathematics: The Science of Patterns : The Search for Order in Life, Mind, and the Universe*, W H Freeman & Co. [26]
- Fadel, C., M. Bialik and B. Trilling (2015), *Four-Dimensional Education : The Competencies Learners Need to Succeed*, CreateSpace Independent Publishing Platform. [3]
- Gadanidis, G. (2015), *Coding for Young Mathematicians*, Western University, London, Ontario, Canada, <http://worlddiscoveries.ca/technology/18155> (accessed on 5 April 2018). [9]
- Gadanidis, G., E. Clements and C. Yiu (2018), "Group Theory, Computational Thinking, and Young Mathematicians", *Mathematical Thinking and Learning*, Vol. 20/1, pp. 32-53, <http://dx.doi.org/10.1080/10986065.2018.1403542>. [12]
- Galbraith, P., H. Henn and M. Niss (eds.) (2007), *Modelling and Applications in Mathematics Education*, Springer US, <http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>. [18]
- Grover, S. (2018), *The 5th 'C' of 21st Century Skills? Try Computational Thinking (Not Coding) | EdSurge News*, <https://www.edsurge.com/news/2018-02-25-the-5th-c-of-21st-century-skills-try-computational-thinking-not-coding> (accessed on 5 April 2018). [15]
- Hillman, K. and S. Thomson (2010), *Against the odds: influences on the post-school success of 'low performers'*, NCVET, Adelaide, Australia, <https://www.ncvet.edu.au/publications/publications/all-publications/against-the-odds-influences-on-the-post-school-success-of-low-performers#> (accessed on 5 [33]



April 2018).

- Hoyles, C. et al. (2002), "Mathematical skills in the workplace: final report to the Science Technology and Mathematics Council", Institute of Education, University of London; Science, Technology and Mathematics Council, London. (2002), <http://discovery.ucl.ac.uk/1515581/> (accessed on 5 April 2018). [31]
- Mahajan, S. et al. (2016), PISA Mathematics in 2021, Center for Curriculum Redesign, <http://curriculumredesign.org/wp-content/uploads/Recommendations-for-PISA-Maths-2021-FINAL-EXTENDED-VERSION-WITH-EXAMPLES-CCR.pdf>. [27]
- Moore, D. (1997), "New Pedagogy and New Content: The Case of Statistics", International Statistical Review, Vol. 65/2, pp. 123-165, <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/j.1751-5823.1997.tb00390.x>. [28]
- National Research Council (2012), Education for Life and Work: Developing Transferable Knowledge and Skills in the 21st Century, The National Academies Press, Washington D.C., [https://www.nap.edu/resource/13398/dbasse\\_070895.pdf](https://www.nap.edu/resource/13398/dbasse_070895.pdf) (accessed on 5 April 2018). [4]
- Niemelä, P. et al. (2017), Computational thinking as an emergent learning trajectory of mathematics, ACM Press, New York, New York, USA, <http://dx.doi.org/10.1145/3141880.3141885>. [16]
- OECD (2018), PISA 2018 Assessment and Analytical Framework: Reading, Mathematics and Science. [32]
- OECD (2017), PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, OECD Publishing, Paris, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264281820-en>. [22]
- OECD (2017), PISA for Development Assessment and Analytical Framework: Reading, Mathematics and Science, Preliminary Version, OECD Publishing, Paris, <http://www.oecd.org/about/publishing/corrigenda.htm>. (accessed on 6 April 2018). [8]
- OECD (2013), PISA 2012 Assessment and Analytical Framework, OECD Publishing, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>. [7]
- OECD (2005), The Definition and Selection of Key Competencies: Executive Summary, OECD, Paris, <http://www.oecd.org/pisa/35070367.pdf> (accessed on 5 April 2018). [30]
- OECD (2004), The PISA 2003 Assessment Framework, OECD Publishing, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264101739-en>. [6]
- Pei, C., D. Weintrop and U. Wilensky (2018), "Cultivating Computational Thinking Practices and Mathematical Habits of Mind in Lattice Land", Mathematical Thinking and Learning, Vol. 20/1, pp. 75-89, <http://dx.doi.org/10.1080/10986065.2018.1403543>. [13]
- Pratt, D. and R. Noss (2002), "The Microevolution of Mathematical Knowledge: The Case of Randomness", Journal of the Learning Sciences, Vol. 11/4, pp. 453-488, [http://dx.doi.org/10.1207/S15327809JLS1104\\_2](http://dx.doi.org/10.1207/S15327809JLS1104_2). [11]
- Rambally, G. (2017), Applications of Computational Matrix Algebra, AACE, Austin, Texas, <https://www.learntechlib.org/p/177277/>. [10]

- Reimers, F. and C. Chung (2016), *Teaching and Learning for the Twenty-First Century : Educational Goals, Policies, and Curricula from Six Nations*, Harvard Education Press, Cambridge, MA. [5]
- Resnick, M. et al. (2009), "Scratch: Programming for all", *Communications of the ACM*, Vol. 52/11, p. 60, <http://dx.doi.org/10.1145/1592761.1592779>. [17]
- Steen, L. (1990), *On the Shoulders of Giants*, National Academies Press, Washington, D.C., <http://dx.doi.org/10.17226/1532>. [25]
- Watson, J. and R. Callingham (2003), "Statistical literacy: A Complex hierarchical construct", *Statistics Education Research Journal*, Vol. 2, pp. 3-46. [29]
- Weintrop, D. et al. (2016), "Defining Computational Thinking for Mathematics and Science Classrooms", *Journal of Science Education and Technology*, Vol. 25/1, pp. 127-147, <http://dx.doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5>. [14]
- Weintrop, D. and U. Wilensky (2015), *To block or not to block, that is the question*, ACM Press, New York, New York, USA, <http://dx.doi.org/10.1145/2771839.2771860>. [34]

## Annex A. Illustrative examples

177. The items included in this Annex illustrate some of the most important new elements of the framework. For the sake of ensuring the preservation of trend, the majority of the items in the PISA 2021 will be items that have been used in previous PISA assessments. A larger set of release items to illustrate the item pool can be found at <http://www.oecd.org/pisa/test>.

178. The items provided in this annex illustrate some of the following new elements:

- The assessment of mathematical reasoning as described in the framework;
- The four topics that have been identified for special emphasis in the PISA 2021 assessment, growth phenomena; geometric approximations; computer simulations; and conditional decision making;
- The range of item features that are possible on account of the Computer-Based Assessment of Mathematics (CBAM); and
- Computational thinking.

179. The seven illustrative items provided in this annex include:

- **SMARTPHONE USE:** This item illustrates:
  - CBAM capabilities in particular the use of spreadsheets with sorting and other capabilities.
- **THE BEAUTY OF POWERS:** This item illustrates:
  - A range of mathematics reasoning items from simple to more complex in a mathematical context; and
  - Hints at growth phenomena, although, in fairness, the context for this item is more focused on reasoning and pattern recognition than it is on growth.
- **ALWAYS SOMETIMES NEVER:** This item illustrates:
  - A range of reasoning items from simple to more complex including a range of question types from yes/no and multiple choice to open-ended items
- **TILING:** This item illustrates:
  - Reasoning and computational thinking; and
  - Geometric representations.
- **PURCHASING DECISION:** This item illustrates:
  - The application of conditional decision making.
- **NAVIGATION:** This item illustrates:
  - Reasoning in a geometric context; and
  - CBAM capabilities in items.
- **SAVINGS SIMULATION:** This item illustrates:
  - The use a computer simulation; and
  - Hints at growth in the context and impact of interest.

# SMARTPHONE USE

PISA 2021

**Smartphone use**  
Introduction

*Read the introduction. Then click on the NEXT arrow.*

### SMARTPHONE USE

The spreadsheet shows the population (in millions) and the number of smartphone users (in millions) for a range of countries in Asia. The data has been sorted by country name.

Column A	Column B	Column C	Column D
Country	Population (in millions)	Number of smartphone users (in millions)	
Bangladesh	166.735	8.921	
Indonesia	266.357	67.57	
Japan	125.738	65.282	
Malaysia	31.571	20.98	
Pakistan	200.663	23.228	
Philippines	105.341	28.627	
Thailand	68.416	30.486	
Turkey	81.086	44.771	
Vietnam	96.357	29.043	



**Smartphone use**

Question 1/3

Refer to "Smartphone use" on the right. Click on a choice to answer the question.

Which operation on columns B and C will determine the correct values in Column D?

For each country:

- Divide the Column B value by the Column C value:  
 $B / C$
- Divide the sum of the Column B and Column C values by the Column C value:  
 $(B + C) / C$
- Divide the Column C value by the Column B value:  
 $C / B$
- Divide the Column B value by the sum of the Column B and Column C values:  
 $B / (B + C)$

**SMARTPHONE USE**

The spreadsheet shows the population (in millions) and the number of smartphone users (in millions) for a range of countries in Asia. The data has been sorted by country name.

Column A 	Column B 	Column C 	Column D 
Country	Population (in millions)	Number of smartphone users (in millions)	Proportion of smartphone users
Bangladesh	166.735	8.921	
Indonesia	266.357	67.57	
Japan	125.738	65.282	
Malaysia	31.571	20.98	
Pakistan	200.663	23.228	
Philippines	105.341	28.627	
Thailand	68.416	30.486	
Turkey	81.086	44.771	
Vietnam	96.357	29.043	



**Smartphone use**

Question 2/3

You can sort the data in the spreadsheet by selecting the sort button in the column header. The data will be sorted in ascending order.

Use the sort buttons help you evaluate each statement.

Click on either **True** or **False** for each of the following statements.

Statement	True	False
The country with the largest population also has the largest number of smartphone users.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
The country with the fewest number of smartphone users also has the smallest population.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
The country with the highest proportion of smartphone users also has the smallest population.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
The country with the median proportion of smartphone users is also the country with the median number of smartphone users.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**SMARTPHONE USE**

The data for the proportion of smartphone users (expressed as a percentage) has been added to the spreadsheet in Column D.

Column A 	Column B 	Column C 	Column D 
Country	Population (in millions)	Number of smartphone users (in millions)	Proportion of smartphone users
Bangladesh	166.735	8.921	5%
Indonesia	266.357	67.57	25%
Japan	125.738	65.282	52%
Malaysia	31.571	20.98	38%
Pakistan	200.663	23.228	12%
Philippines	105.341	28.627	27%
Thailand	68.416	30.486	45%
Turkey	81.086	44.771	55%
Vietnam	96.357	29.043	30%



**Smartphone use**

Question 3/3

You can change the horizontal axis variable between the **Population (in millions)** and the **Minimum hourly wage (in Zeds)** for each country by selecting the corresponding tab.

By selecting the corresponding tabs study the different graphs and answer the question.

For which variable (population or minimum hourly wage) does the proportion of smartphone users in a country increase as the variable value increases?

- Population
- Minimum hourly wage (Zeds)

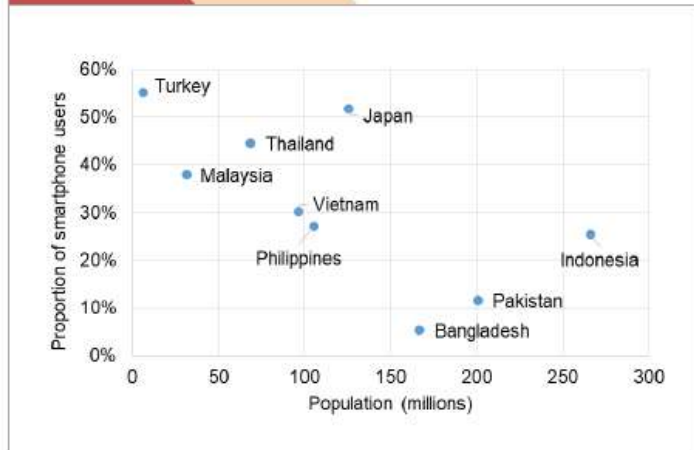
Explain your reasoning:

**SMARTPHONE USE**

The graph plots the proportion of smartphone users per country in terms of either the **Population (in millions)** and the **Minimum hourly wage (in Zeds)** for each country.

Population

Hourly wage





**Smartphone use**

Question 3/3

You can change the horizontal axis variable between the **Population (in millions)** and the **Minimum hourly wage (in Zeds)** for each country by selecting the corresponding tab.

By selecting the corresponding tabs study the different graphs and answer the question.

For which variable (population or minimum hourly wage) does the proportion of smartphone users in a country increase as the variable value increases?

- Population
- Minimum hourly wage (Zeds)

Explain your reasoning:

**SMARTPHONE USE**

The graph plots the proportion of smartphone users per country in terms of either the **Population (in millions)** and the **Minimum hourly wage (in Zeds)** for each country.

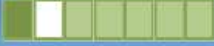





Population

Hourly wage





# THE BEAUTY OF POWERS

PISA 2021      

**The beauty of powers**  
Introduction

*Read the introduction. Then click on the NEXT arrow.*

### THE BEAUTY OF POWERS

When you perform repeated multiplication with the same number, you can use power notation to summarise what you are doing.

For example:

$$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4 \quad (\text{four 8s multiplied together})$$

and

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6 \quad (\text{six 7s multiplied together})$$

**The beauty of powers**

Question 1/3

Refer to "The beauty of powers" on the right. Click on either *True* or *False* for each of the statements.

Statement	True	False
The number $8^{16}$ is 8 times larger than the number $8^{15}$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
The number $8^{10}$ is 10 times larger than the number 8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**THE BEAUTY OF POWERS**

When you perform repeated multiplication with the same number, you can use power notation to summarise what you are doing.

For example:

$$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4 \quad (\text{four 8s multiplied together})$$

and

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6 \quad (\text{six 7s multiplied together})$$

**The beauty of powers****Question 2/3**

Refer to "The beauty of powers" on the right. Click on a choice to answer the question.

$$(-5)^{43} + (-1)^{43} + (5)^{43}$$

What is the value of the expression above?

- 1
- 1
- 0
- 5

**THE BEAUTY OF POWERS**

When you perform repeated multiplication with the same number, you can use power notation to summarise what you are doing.

For example:

$$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4 \quad (\text{four 8s multiplied together})$$

and

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6 \quad (\text{six 7s multiplied together})$$

**The beauty of powers**

Question 3/3

Refer to "The beauty of powers" on the right. Click on a choice to answer the question.

What is the last digit of the number  $7^{190}$ ?

- 1
- 3
- 7
- 9

**THE BEAUTY OF POWERS**

The first nine powers of the number 7 are listed below.

Notice how fast they grow!

The last digits of these numbers follow a rule or pattern. Study the pattern to answer the question.

$7^1 =$	<b>7</b>
$7^2 =$	<b>49</b>
$7^3 =$	<b>343</b>
$7^4 =$	<b>2 401</b>
$7^5 =$	<b>16 807</b>
$7^6 =$	<b>117 649</b>
$7^7 =$	<b>823 543</b>
$7^8 =$	<b>5 764 801</b>
$7^9 =$	<b>40 353 607</b>

# ALWAYS SOMETIMES NEVER

PISA 2021

Always sometimes never  
Introduction

*Read the introduction. Then click on the NEXT arrow.*

## ALWAYS SOMETIMES NEVER

Statements that people make can generally be grouped into three different categories:

Statements that are **ALWAYS** true;  
Statements that are **SOMETIMES** true; and  
Statements that are **NEVER** true.

The statement:  
*"A number that is divisible by 4 is also divisible by 2"*  
is **ALWAYS** true because 2 is a factor of 4.

The statement:  
*"A number that is divisible by 9 is also divisible by 6"*  
is **SOMETIMES** true. For example, 36 is divisible by 9 and by 6, but 27 is divisible by 9, but not divisible by 6.

The statement:  
*"The sum of two odd numbers is odd"*  
is **NEVER** true because the sum of two odd numbers is always even.



Always sometimes never

Question 1/3

For each statement, indicate if it is **always true**, **sometimes true** or **never true**

Statement	Always True	Sometimes True	Never True
A 14-year old girl was at least once in her life half her current height.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
A 14-year old girl is taller than a 10-year old girl.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**ALWAYS SOMETIMES NEVER**

Statements that people make can generally be grouped into three different categories:

Statements that are **ALWAYS** true;  
 Statements that are **SOMETIMES** true; and  
 Statements that are **NEVER** true.

The statement:

*"A number that is divisible by 4 is also divisible by 2"*

is **ALWAYS** true because 2 is a factor of 4.

The statement:

*"A number that is divisible by 9 is also divisible by 6"*

is **SOMETIMES** true. For example, 36 is divisible by 9 and by 6, but 27 is divisible by 9, but not divisible by 6.

The statement:

*"The sum of two odd numbers is odd"*


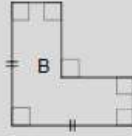
is **NEVER** true because the sum of two odd numbers is always even.



Always sometimes never

Question 2/3

For each statement, indicate if it is always true, sometimes true or never true

Statement	Always True	Sometimes True	Never True
When a whole number is multiplied by itself the answer is even.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Doubling a whole number produces an even number.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Halving an odd whole number produces a whole number	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$3x + 1 = \frac{6x + 2}{2}$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
 	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
If a coin is flipped 50 times it will land heads up 25 times.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



Always sometimes never

Question 3/3

Each of the following statement is **SOMETIMES TRUE**.

For each statement provide an example of when the statement is true and when the statement is not true.

Statement	Example of when the statement is true	Example of when the statement is not true
The person with the largest number of coins has the largest amount of money.	Enter your example here	Enter your example here
$A - B = B - A$	Enter your example here	Enter your example here
If you add the same number to the numerator (top) and the denominator (bottom) of a fraction, the fraction value increases.	Enter your example here	Enter your example here



# TILING


PISA 2021

Tiling  
Introduction

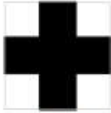
*Read the introduction. Then click on the NEXT arrow*

### TILING

A tiler is tiling the floor. He has two different tiles that he can use, tile A and tile B.

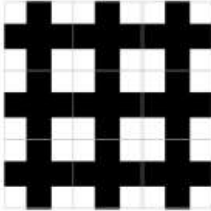
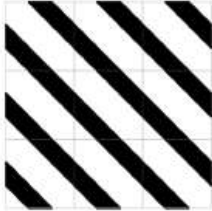


Tile A



Tile B

Using only tile A he makes the left hand pattern below and using only tile B he makes the right hand pattern below.





Tiling

Question 1/5

Refer to "tiling" on the right. Use drag-and-drop to complete the problem.

The tiling pattern on the right is created using a combination of the two tiles. The tiler continues to tile the floor by extending the pattern in the same way.

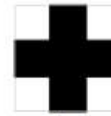
Study the pattern.

Use your mouse to drag and drop the tiles into position and finish tiling the rest of the floor.

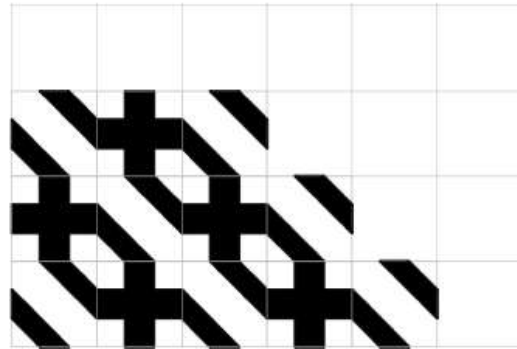
TILING

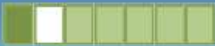


Tile A



Tile B





Tiling

Question 2/5

Refer to "tiling" on the right. Use drag-and-drop to complete the problem.

The tiler wants to make a set of instructions that he can give to people who want to make the same tiling pattern.

Drag and drop the elements into the spaces to complete the instructions that will produce the pattern on the right.

IF THEN ELSE TILE A TILE B

TILING INSTRUCTIONS

For row = 1 to 4

"First determine the left hand tile in the row"

IF the row is an odd numbered row  
 THEN the first tile is   
 ELSE the first tile is

"Complete the row by adding tiles"

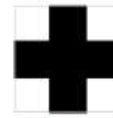
IF the previous tile is   
 use   
 use

Next row

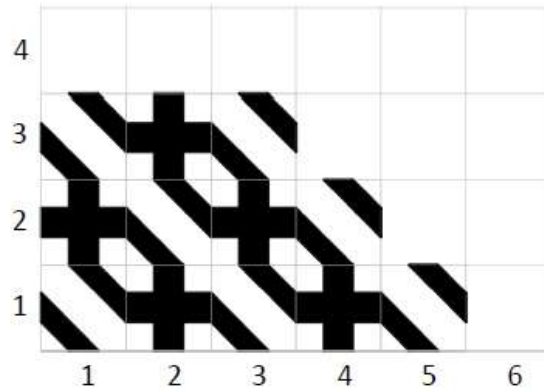
TILING



Tile A



Tile B





Tiling

Question 3/5

Refer to "tiling" on the right. Click on the choices to answer the question.

The tiler wants to be able to predict what tile will go in any position on the grid. For example, he wants to know what tile he will use in the marked position  $(m; n)$ .

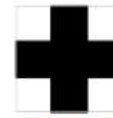
Study the tiling pattern and in particular the four tiles highlighted with a red border. Select ALL of the rules below that will correctly predict the tile that is needed for any grid position  $(m; n)$ .

Rule	
If $m + n$ is odd use tile A, otherwise use tile B	<input type="radio"/>
If $m + n$ is even use tile A, otherwise use tile B	<input type="radio"/>
If $m \times n$ is odd use tile A, otherwise use tile B	<input type="radio"/>
If $m \times n$ is even use tile A, otherwise use tile B	<input type="radio"/>
If $m$ is odd and $n$ is odd use tile A, otherwise use tile B	<input type="radio"/>
If $m$ and $n$ are both odd or both even use tile A, otherwise use tile B	<input type="radio"/>

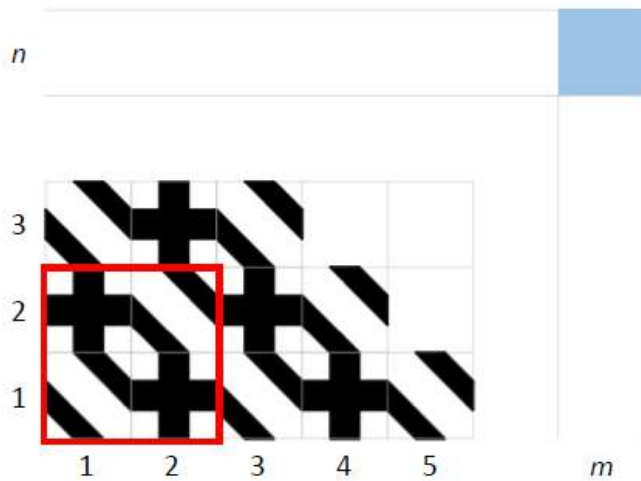
TILING



Tile A



Tile B





**Tiling**

**Discussion**

*Read the introduction*

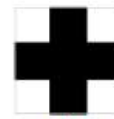
Another way of describing the pattern is to simply write the letters for each tile in the corresponding grid position.

Study the use of letters to record the tiling pattern. Then click on the NEXT arrow.

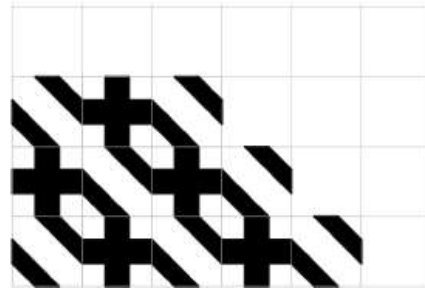
**TILING**



Tile A



Tile B



A	B	A			
B	A	B	A		
A	B	A	B	A	



Tiling

Question 4/5

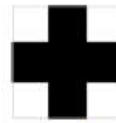
The tiling pattern on the right is created using a combination of two tiles: B and C. Ameer continues to tile the floor by extending the pattern in the same way.

Study the pattern.

The red square on the grid below corresponds to the red square on the grid on the right. Use the letters B and C to record the tile that goes in each position of the red square.

			—	—	—
			—	—	—
			C	—	—

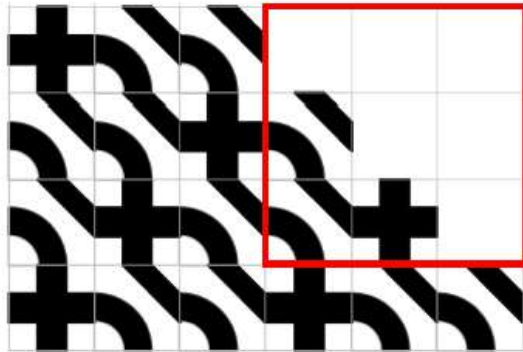
TILING



Tile B



Tile C





Tiling

Question 5/5

The tiling pattern on the right is a section from the middle of a much larger area created using a combination of three tiles: A, B and C.

Study the pattern.

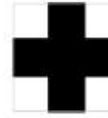
Which of the codes below describes a 3 x 3 unit of tiles that can be repeated to create the pattern on the right (select ALL that apply).

3 x 3 unit used to create the pattern			
A	B	C	<input type="radio"/>
B	A	C	
B	C	A	
B	C	A	<input type="radio"/>
C	A	B	
A	C	B	
A	B	C	<input type="radio"/>
B	C	A	
B	A	C	
A	B	C	<input type="radio"/>
B	C	A	
C	A	B	

TILING



Tile A



Tile B



Tile C



# PURCHASING DECISION

PISA 2021


Purchasing decision  
Introduction

Read the introduction. Then click on the NEXT arrow.

### PURCHASING DECISION


Andrea is shopping online for a new pair of headphones. She has identified a pair that she likes. However, she notices that even though the total number of reviews is small, the product received many poor reviews: a total of 25% 1- and 2-star reviews.

#### **Stereo Headphone Earbuds and Microphone**



Average rating  
Based on 163 ratings

Star Rating	Count	Percentage
5 star	47	29%
4 star	41	25%
3 star	34	21%
2 star	28	17%
1 star	13	8%





**Purchasing decision**

Introduction continued

Read the extended introduction. Then click on the NEXT arrow.

**PURCHASING DECISION**

To help with her decision to buy the product or not, Andrea studied the comments for the 1- and 2-star reviews and noticed that some of the reviews have nothing to do with the quality or the functioning of the product.

She grouped the responses for the 1- and 2-star reviews and summarised her findings in the table.

REASON	Number
Headphones arrived late	13
Headphones did not arrive at all	4
Cable was damaged or missing	7
One or both earbuds were broken	4
Packaging was unattractive	5
Wrong rating (good review, bad rating)	8





Purchasing decision

Question 1/2

Andrea looked through all the reviewers comments and noticed that only the 1- and 2-star reviewers made comments about poor quality or about the product arriving late or not at all.

Use the information from the Online reviews tab and from the Summary table tab as well as the built in calculator to answer the questions.

Question	Response
What percentage of all of the reviews deal with poor quality of the product?	<input type="text"/>
What percentage of the 1- and 2-star reviews deal with the product arriving late or not at all?	<input type="text"/>

PURCHASING DECISION

Online reviews

Summary table

**Stereo Headphone Earbuds and Microphone**



Average rating  
Based on 163 ratings





Purchasing decision

Question 1/2

Andrea looked through all the reviewers comments and noticed that only the 1- and 2-star reviewers made comments about poor quality or about the product arriving late or not at all.

Use the information from the Online reviews tab and from the Summary table tab as well as the built in calculator to answer the questions.

Question	Response
What percentage of all of the reviews deal with poor quality of the product?	<input type="text"/>
What percentage of the 1- and 2-star reviews deal with the product arriving late or not at all?	<input type="text"/>

PURCHASING DECISION

Online reviews

Summary table

REASON	Number
Headphones arrived late	13
Headphones did not arrive at all	4
Cable was damaged or missing	7
One or both earbuds were broken	4
Packaging was unattractive	5
Wrong rating (good review, bad rating)	8





Purchasing decision

Question 2/2

Andrea looked through all the reviewers comments and noticed that only the 1- and 2-star reviewers made comments about poor quality or about the product arriving late or not at all.

Use the information from the Online reviews tab and from the Summary table tab as well as the built in calculator to answer the question.

Question	Response
Andrea is concerned about the headphones arriving late or not at all.	
Based on the information in the Online reviews tab and the Summary table. How likely is it that the product will arrive late or not at all?	
Express your answer as a fraction or percentage.	

PURCHASING DECISION

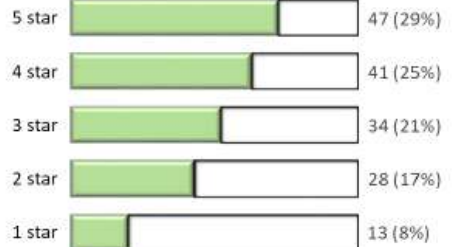
Online reviews

Summary table

**Stereo Headphone Earbuds and Microphone**



Average rating  
Based on 163 ratings





**Purchasing decision**

Question 2/2

Andrea looked through all the reviewers comments and noticed that only the 1- and 2-star reviewers made comments about poor quality or about the product arriving late or not at all.

Use the information from the Online reviews tab and from the Summary table tab as well as the built in calculator to answer the question.

Question	Response
<p>Andrea is concerned about the headphones arriving late or not at all.</p> <p>Based on the information in the Online reviews tab and the Summary table. How likely is it that the product will arrive late or not at all?</p> <p>Express your answer as a fraction or percentage.</p>	

**PURCHASING DECISION**

Online reviews

Summary table

REASON	Number
Headphones arrived late	13
Headphones did not arrive at all	4
Cable was damaged or missing	7
One or both earbuds were broken	4
Packaging was unattractive	5
Wrong rating (good review, bad rating)	8



# NAVIGATION

PISA 2021

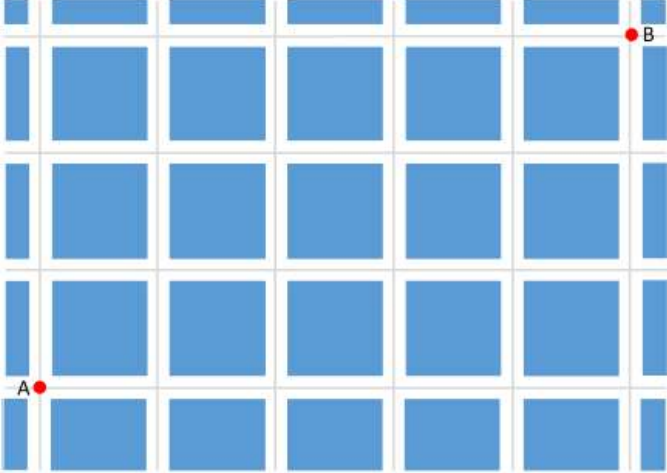
Navigation  
Introduction

*Read the introduction. Then click on the NEXT arrow.*

### NAVIGATION

The shortest distance between two points is a straight line. It is, however not usually possible to navigate along a straight line in a town. Look at the map below. The grey lines are the roads and the square blue blocks are the buildings.

In this unit you will explore different strategies for planning a route from one point to another in this town.





**Navigation**

Introduction continued

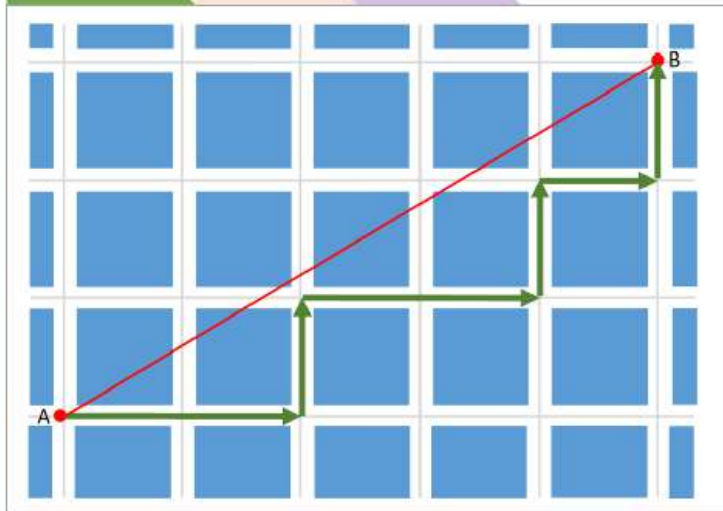
Read the introduction and select the different tabs to see the different routes. Then click on the NEXT arrow.

**NAVIGATION**

Ann, Bob and Corey have different ideas about how to determine the shortest route from A to B.

- Ann always moves right or up and stays below but as close as possible to the straight red line joining A and B (green line).
- Bob always moves right or up and tries to cross the straight red line joining A and B as often as possible (orange line).
- Corey always moves right or up and stays above but as close as possible to the straight red line joining A and B (purple line).

Ann's route      Bob's route      Corey's route





**Navigation**

Introduction continued

Read the introduction and select the different tabs to see the different routes. Then click on the NEXT arrow.

**NAVIGATION**

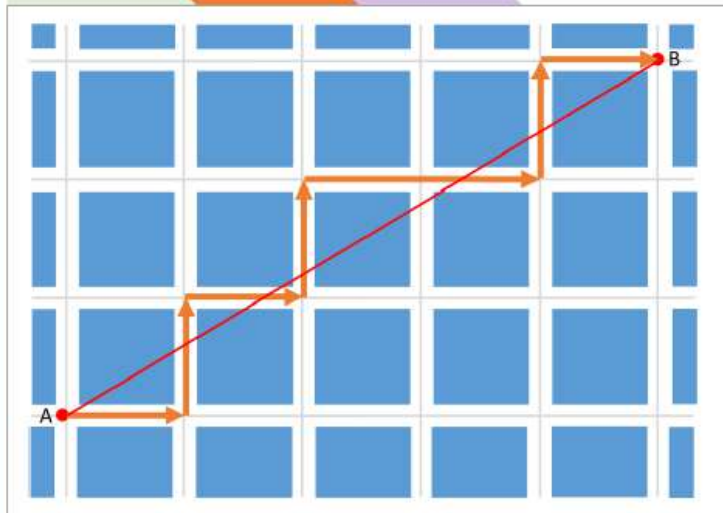
Ann, Bob and Corey have different ideas about how to determine the shortest route from A to B.

- Ann always moves right or up and stays below but as close as possible to the straight red line joining A and B (green line).
- Bob always moves right or up and tries to cross the straight red line joining A and B as often as possible (orange line).
- Corey always moves right or up and stays above but as close as possible to the straight red line joining A and B (purple line).

Ann's route

Bob's route

Corey's route







**Navigation**

Introduction continued

Read the introduction and select the different tabs to see the different routes. Then click on the NEXT arrow.

**NAVIGATION**

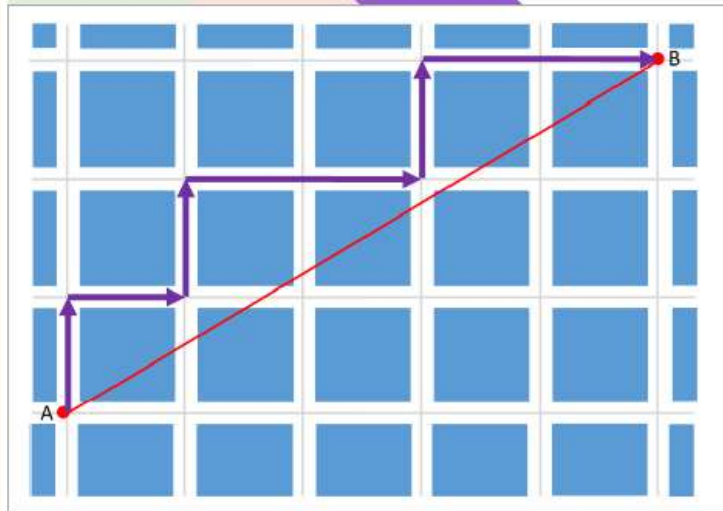
Ann, Bob and Corey have different ideas about how to determine the shortest route from A to B.

- Ann always moves right or up and stays below but as close as possible to the straight red line joining A and B (green line).
- Bob always moves right or up and tries to cross the straight red line joining A and B as often as possible (orange line).
- Corey always moves right or up and stays above but as close as possible to the straight red line joining A and B (purple line).

Ann's route

Bob's route

Corey's route





**Navigation**

Question 1/2

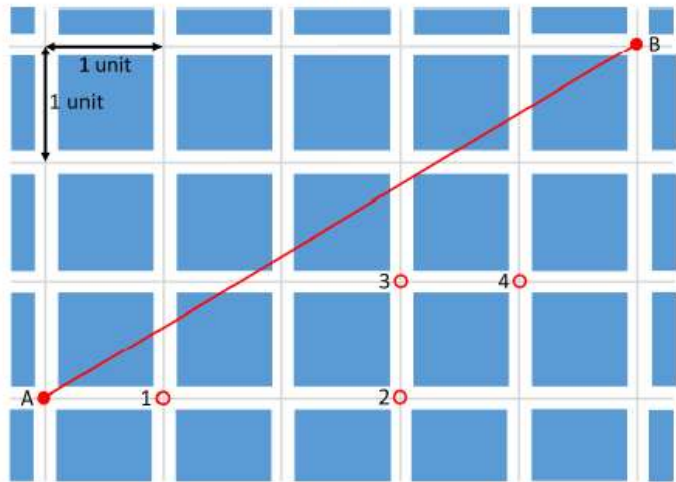
Use your mouse to move point A onto the different marked intersections of the roads – for each position of A, the route for each strategy for getting to B is shown and the distance recorded in the table.

You will notice that the irrespective of the starting position, Ann's route, Bob's route and Corey's route are all the same length for each route from A to B.

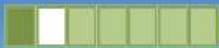
**Explain why all three strategies produce routes that are equal in length.**

*Provide an explanation*

**NAVIGATION**



Position of A	Distance from A to B (in units)		
	Ann's route	Bob's route	Corey's route
1			
2			
3			
4			



**Navigation**

Question 2/2

Three diagonal streets have been added to the map.

We know from the earlier work that without the diagonal streets the shortest route from point C to point B will be 7 units long.

Click on either **True** or **False** for each of the statements and provide a reason for your answer.

1. There exists a route from C to B that includes Diagonal 1 and is shorter than 7 units.

- True
- False

*Provide a reason for your answer*

2. There exists a route from C to B that includes Diagonal 2 and is shorter than 7 units.

- True
- False

*Provide a reason for your answer*

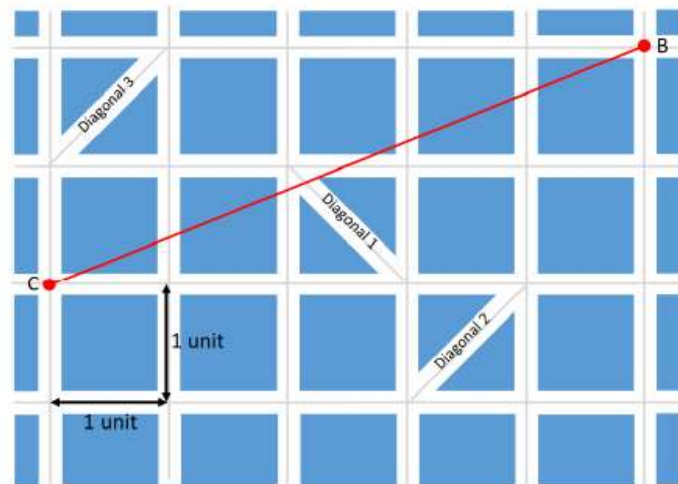
3. There exists a route from C to B that includes Diagonal 3 and is shorter than 7 units.

- True
- False







*Provide a reason for your answer*

**NAVIGATION**

Three diagonal streets have been added to the map.



# SAVINGS SIMULATION

PISA 2021      

**Savings simulation**  
Introduction

*Read the introduction. Then click on the NEXT arrow.*

### SAVINGS SIMULATION

Sizwe and her parents are discussing how best to save money to support her expenses when she starts college. They have identified an online saving simulation application that allows them to explore different ways in which they can achieve the outcome they require.

The simulation considers four variables:

- **Monthly deposit:** the amount of money that the family deposits into the savings account every month;
- **Savings period:** the number of months for which the family makes a monthly deposit into the savings account;
- The **annual interest rate** that the savings account attracts; and
- **Total savings:** the total amount that will be saved at the end of the savings period.

The application allows the user to perform three simulations:

- **Total savings:** the total savings that will accumulate if the monthly deposit, interest rate and savings period are known;
- **Monthly deposit:** the monthly deposit that is needed to achieve a desired total savings over a given time period and interest rate; and
- **Savings period:** the total period (number of months) that is needed to achieve a desired total savings for a given monthly deposit and interest rate.



**Savings simulation**

**Introduction**

Using the simulator involves two steps:

1. Selecting the what you want to simulate; and
2. Entering the values of the relevant variables.

The simulator allows you to save the details for up to five simulations at a time.

Explore the way that the simulator works then click on the NEXT arrow.

**SAVINGS SIMULATOR**

**Step 1:** Select what you want to simulate:

**Step 2:** Complete the required information using the highlighted (red) sliders:

Savings period:  Months

Monthly deposit:  Zeds

Annual interest rate:  % per year

Total saving:  Zeds

Save the data

Clear the saved data

Simulation #	Savings Period (Months)	Monthly deposit (Zeds)	Annual Interest Rate (%)	Total amount saved (Zeds)
1				
2				
3				
4				
5				



**Savings simulation**

**Introduction**

Using the simulator involves two steps:

1. Selecting the what you want to simulate; and
2. Entering the values of the relevant variables.

The simulator allows you to save the details for up to five simulations at a time.

Explore the way that the simulator works then click on the NEXT arrow.

*This screen does not appear in the unit. It is provided here to give the reader a sense of what the student will experience.*

**SAVINGS SIMULATOR**

Step 1: Select what you want to simulate:

Step 2: Complete the required information using the highlighted (red) sliders:

Savings period:  48 Months

Monthly deposit:  40 Zeds

Annual interest rate:  10 % per year

Total saving:  2350 Zeds

Save the data

Clear the saved data

Simulation #	Savings Period (Months)	Monthly deposit (Zeds)	Annual Interest Rate (%)	Total amount saved (Zeds)
1	12	40	6	495
2	48	40	6	2165
3	12	40	10	505
4	48	40	10	2350
5				



**Savings simulation**

**Introduction**

Using the simulator involves two steps:

1. Selecting the what you want to simulate; and
2. Entering the values of the relevant variables.

The simulator allows you to save the details for up to five simulations at a time.

Explore the way that the simulator works then click on the NEXT arrow.

*This screen does not appear in the unit. It is provided here to give the reader a sense of what the student will experience.*

**SAVINGS SIMULATOR**

Step 1: Select what you want to simulate:

Step 2: Complete the required information using the highlighted (red) sliders:

Savings period:  Months

Monthly deposit:  Zeds

Annual interest rate:  % per year

Total saving:  Zeds

Save the data

Clear the saved data

Simulation #	Savings Period (Months)	Monthly deposit (Zeds)	Annual Interest Rate (%)	Total amount saved (Zeds)
1	12	405	6	5000
2	48	92	6	5000
3	18	255	12	5000
4	48	82	12	5000
5				



**Savings simulation**

**Introduction**

Using the simulator involves two steps:

1. Selecting the what you want to simulate; and
2. Entering the values of the relevant variables.

The simulator allows you to save the details for up to five simulations at a time.

Explore the way that the simulator works then click on the NEXT arrow.

*This screen does not appear in the unit. It is provided here to give the reader a sense of what the student will experience.*

**SAVINGS SIMULATOR**

Step 1: Select what you want to simulate:

Step 2: Complete the required information using the highlighted (red) sliders:

Savings period:  Months

Monthly deposit:  Zeds

Annual interest rate:  % per year

Total saving:  Zeds

Save the data

Clear the saved data

Simulation #	Savings Period (Months)	Monthly deposit (Zeds)	Annual Interest Rate (%)	Total amount saved (Zeds)
1	97	40	6	5000
2	55	80	6	5000
3	81	40	12	5000
4	49	80	12	5000
5				





**Savings simulation**

Question 1/3

Use the simulator to calculate the unknown amount in each situation.

- How many Zeds will Sizwe save altogether if she:
  - Deposits 60 Zeds per month,
  - For a period of 48 months,
  - At an annual interest rate of 4%.

Enter your answer here

- How many Zeds must Sizwe deposit every month if she:
  - Wants to save 4,000 Zeds,
  - Over a period of 36 months,
  - At an annual interest rate of 8%.

Enter your answer here

- How long (in months) will it take Sizwe to:
  - Save 6000 Zeds,
  - If she deposits 100 Zeds per month,
  - At an annual interest rate of 10%.

Enter your answer here

**SAVINGS SIMULATOR**

Step 1: Select what you want to simulate:  ▾

Step 2: Complete the required information using the highlighted (red) sliders:

Savings period:  Months

Monthly deposit:  Zeds

Annual interest rate:  % per year

Total saving:  Zeds

Save the data

Clear the saved data

Simulation #	Savings Period (Months)	Monthly deposit (Zeds)	Annual Interest Rate (%)	Total amount saved (Zeds)
1				
2				
3				
4				
5				



**Savings simulation**

Question 2/3

For each simulation select **TWO STATEMENTS** to justify the use of the given simulator.

Simulation	Statement		
	You know how much money you will need	You know how much money you can save each month	You know when you will need the money
Savings period simulation	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Monthly deposit simulation.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Total savings simulation	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**SAVINGS SIMULATOR**

Step 1: Select what you want to simulate:

Step 2: Complete the required information using the highlighted (red) sliders:

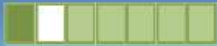
Savings period:  Months

Monthly deposit:  Zeds

Annual interest rate:  % per year

Total saving:  Zeds

Simulation #	Savings Period (Months)	Monthly deposit (Zeds)	Annual Interest Rate (%)	Total amount saved (Zeds)
1				
2				
3				
4				
5				



Savings simulation

Question 3/3

Sizwe has done some simulations. She says: *"I notice that when I earn no interest and double the monthly deposit, the length of the savings period is halved. But, when I earn interest and double the monthly deposit the savings period is not halved."*

Select the appropriate tabs to study the records in Sizwe's simulation and to do your own simulations to answer the questions.

1. Complete the statement:

Sizwe's observation is:

- always true
- sometimes true, it depends on the interest rate

2. Complete the statement:

For a fixed total savings and a set monthly deposit, an increase in the interest rate reduces the length of the savings period more when:

- the monthly payment is smaller.
- the monthly payment is larger.

3. Provide a justification for the statement you completed in question 2.

Provide a justification

Sizwe's simulator

Blank simulator

SAVINGS SIMULATOR

Step 1: Select what you want to simulate:

Step 2: Complete the required information using the highlighted (red) sliders:

Savings period:  Months

Monthly deposit:  Zeds

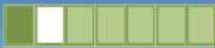
Annual interest rate:  % per year

Total saving:  Zeds

Save the data

Clear the saved data

Simulation #	Savings Period (Months)	Monthly deposit (Zeds)	Annual Interest Rate (%)	Total amount saved (Zeds)
1	300	20	0	6000
2	150	40	0	6000
3	184	20	6	6000
4	112	40	6	6000
5				



**Savings simulation**

Question 3/3

Sizwe has done some simulations, She says: *"I notice that when I earn no interest and double the monthly deposit, the length of the savings period is halved. But, when I earn interest and double the monthly deposit the savings period is not halved."*

Select the appropriate tabs to study the records in Sizwe's simulation and to do your own simulations to answer the questions.

1. Complete the statement:

Sizwe's observation is:

- always true
- sometimes true, it depends on the interest rate

2. Complete the statement:

For a fixed total savings and a set monthly deposit, an increase in the interest rate reduces the length of the savings period more when:

- the monthly payment is smaller.
- the monthly payment is larger.

3. Provide a justification for the statement you completed in question 2.

Provide a justification

Sizwe's simulator

Blank simulator

**SAVINGS SIMULATOR**

**Step 1:** Select what you want to simulate:

**Step 2:** Complete the required information using the highlighted (red) sliders:

Savings period:  Months

Monthly deposit:  Zeds

Annual interest rate:  % per year

Total saving:  Zeds

Simulation #	Savings Period (Months)	Monthly deposit (Zeds)	Annual Interest Rate (%)	Total amount saved (Zeds)
1				
2				
3				
4				
5				